XXIX Jornadas Venezolanas de Matemáticas
Asociación Matemática Venezolana - Universidad del Zulia

Comité Organizador

Comité de Programa

El comité organizador declina toda responsabilidad sobre el contenido de los siguientes resúmenes los cuales son de la exclusiva responsabilidad de los respectivos autores.

Patrocinado por

Universidad del Zulia - LUZ

Departamento de Matemática FEC - LUZ

Facultad de Experimental de Ciencias - LUZ

Vicerrectorado Académico - LUZ

Banco Central de Venezuela - BCV

Gobernación del Estado Zulia - CFG

Este libro de Programas y Resúmenes
fue transcrito en LaTeX por los Profesores: *Wilson Pacheco, Haller Bracho* y *Carlos Ferrer*
Email: `wpacheco@demat-fecluz.org,habracho@gmail.com,crferrer@gmail.com`
Maracaibo, 23 de mayo de 2016

Agradecimientos

El comité organizador de las **XXIX Jornadas Venezolanas de Matemáticas** agradece a las personas e instituciones que hicieron posible la realización de este evento:

- Al Gobernador del Estado Zulia Francisco Arias Cárdenas.
- A la institución Banco Central de Venezuela.
- A la Vice Rectora Académica Judith Aular de Durán.
- Al Decano de la Facultad Experimental de Ciencias Merlin Rosales.
- Prof.Vinicio Rios, Director del Departamento de Matemáticas de la Facultad de Experimental de Ciencias de la Universidad del Zulia.
- A los Profesores Enrique Colina y Efrain Carvajal de la dirección de Cultura de LUZ.
- A la Profesora Xiomara Arrieta del Vice Rectorado Academico de LUZ.
- A las direcciones de Post-Grado, Extensión e Investigación de la FEC-LUZ.
- A la Dirección de Tecnologías de Información y Comunicaciones (Diticluz)
- A la institución Fundacite–Zulia
- Estudiantes de la Licenciatura en Matemáticas integrantes del protocolo del evento.
- Miembros del personal docente del Departamento de Matemáticas FEC-LUZ.
- A quienes de manera anónima, con su aporte ayudaron a la realización de este evento.

El Comité Organizador

Presentación

Este año el evento más importante de las matemáticas venezolanas exhibe una variación orbital, la cual lo lleva a visitar la tierra del sol amada después de 14 años de su itinerario académico acostumbrado. Quizás la causa principal de esta singularidad en su trayectoria fue la fuerza de los celos que sentía nuestra Maracaibo al ver a sus ciudades hermanas recibir año tras año ese momento que ya le parecía ajeno, caracterizado por el abrazo y la tertulia de la comunidad matemática venezolana. De igual magnitud ha sido la fuerza con la cual el capítulo zuliano de la AMV ha logrado recientemente su reactivación, impactando positivamente la consecución de las XXIX Jornadas Venezolanas de Matemáticas, la cual disfrutaremos este año, por ende, en la capital zuliana del 15 al 18 de marzo.

Dado que el objetivo principal de Las Jornadas Venezolanas de Matemáticas ha sido siempre la diseminación de la actividad de investigación matemática que se desarrolla en nuestro país, en esta edición zuliana se han logrado recopilar 126 trabajos distribuidos en 11 sesiones que amalgaman el quehacer científico y educativo de nuestra noble ciencia. A saber, Educación Matemática, Algebra y Teoría de Números, Análisis, Funciones Convexas y Funciones de Variación Acotada, Modelización Matemática, Análisis Numérico y Optimización, Probabilidad y Estadística, Ecuaciones Diferenciales y Análisis de Clifford, Topología y Geometría, Lógica Matemática, Sistemas Dinámicos Continuos y Discretos, y la recién incluida sesión de Tesis y Posters. Adicionalmente, se han incluido 6 videos charlas utilizando la tecnología skype, una alternativa que permite disfrutar convenientemente del enlace con expositores fuera del país en tiempo real, brindándole así al evento un valor tecnológico agregado.

Tan especial ha sido para el comité organizador la oportunidad de preparar las jornadas de este año en Maracaibo, que ha querido engalanar a las mismas ofreciendo un merecido homenaje a un personaje icónico de la matemática nacional, nacido en uno de los epicentros históricos de Maracaibo, quien ha sentido a la matemática profundamente como filosofía de vida para dar vida dentro y fuera del aula. Doctor Honoris causa de nuestra ilustre Universidad del Zulia, Darío Durán Cepeda, es una institución per se que ha dedicado más de 55 años de su vida contagiando excepcionalmente con su matemática a aquellos que con fortuna han merodeado el infinito círculo de sus enseñanzas. Su humilde semblanza sólo logra magnificar su visión detallada de las matemáticas, expresadas quizás con mucha justicia en uno sus pensamientos:

> La Matemática es intuir, observar, experimentar, reflexionar, entender, discutir, justificar, abstraer, argumentar, razonar, pensar, demostrar, explicar y resolver problemas. También es descubrir y crear. La Matemática es apasionante, emocionante e intrigante como toda actividad humana. Estudiar Matemática es trasladarse al mundo de la belleza y de la verdad y estas son, quizás, las mejores razones para estudiarlas.

Hoy Maracaibo vuelve a sonreír celebrando a uno de sus hijos favoritos.

El diseño, organización y cristalización de las XXIX Jornadas Venezolanas de Matemáticas ha sido posible gracias al trabajo realizado por el Comité Organizador del evento, cuyo esfuerzo persistente ha vencido un número importante de adversidades técnicas y económicas. Al respecto, es justo mencionar el invaluable e incondicional patrocinio de las instituciones cuya presencia al momento de comenzar el evento ha sido notable, a saber, Vicerrectorado Académico de la Universidad del Zulia, Gobernación del Estado Zulia, División de Postgrado de la Facultad Experimental de Ciencias de LUZ, Dirección de Cultura de LUZ y La Fundación para la Ciencia y la Tecnología (FUNDACITE). Finalmente, pero no menos importante, está el agradecimiento a todos los expositores y al público que asistió a las Jornadas por enriquecer sobremanera esta experiencia única.

Conferencias Plenarias

Semblanza del profesor Darío Durán Cepeda.

José Heber Nieto [1a]

[1] Universidad del Zulia.

En esta charla se hace un bosquejo biográfico del profesor Darío Durán Cepeda, destacando su contribución a la educación matemática en Venezuela. Además se analizan su concepción de la matemática y las provocativas ideas que de ella se derivan sobre la enseñanza y el aprendizaje de esta ciencia.

[a] Email: `jhnieto@gmail.com`

Propiedades geométricas y nuevas cotas del número de condición en norma de Frobenius.

Marcos Raydan[1a]

[1]Departamento de Cómputo Científico y Estadística, Universidad Simón Bolívar, Caracas, Venezuela

El número de condición de una matriz no singuar A, $\|A\|\|A^{-1}\|$, en cualquier norma inducida, juega un papel importante al resolver sistemas lineales de la forma $Ax = b$ ya que mide la sensibilidad de la solución frente a perturbaciones tanto en A como en b. Para matrices medianas o de gran tamaño, el cálculo exacto del número de condición es imposible ya que exige conocer $\|A^{-1}\|$.

Presentaremos algunas cotas inferiores del número de condición en la norma de Frobenius para matrices simétricas y definidas positivas (SDP), que solo requieren conocer la traza y la norma de Frobenius de A. Estas cotas se obtienen explotando la geometría del cono no poliedral de las matrices SDP. Además, analizaremos la estructura geométrica del espacio de las matrices simétricas incluyendo la ubicación de todas las matrices ortogonales, no sólo la matriz identidad. Este entendimiento permite obtener cotas del número de condición de Frobenius en el caso simétrico general. Finalmente extenderemos algunos de los resultados obtenidos para acotar el número de condición de Frobenius de matrices no singulares en general.

REFERENCIAS

[1] J.P. CHEHAB AND M. RAYDAN. Geometrical properties of the Frobenius condition number for positive definite matrices. *Linear Algebra and its Applications* Vol. **429**, (2008) 2089–2097.
[2] R. ANDREANI, M. RAYDAN AND P. TARAZAGA. On the geometrical structure of symmetric matrices, *Linear Algebra and its Applications* Vol. **438**, (2013) 1201–1214.
[3] J.P. CHEHAB AND M. RAYDAN. Geometrical inverse preconditioning for symmetric positive definite matrices, *enviado a publicación* (2015).

[a] Email: `mraydan@usb.ve`

Algunas aplicaciones relacionadas con ideales topológicos.

Ennis Rosas [1a]
[1] Departamento de Matemáticas, Escuela de Ciencias, Núcleo de Sucre, Universidad de Oriente, Cumaná, Venezuela.

En esta conferencia analizaremos como usar la noción de ideales topológicos, para obtener generalizaciones de conceptos bien conocidos en topología general, como lo son: compacidad, paracompacidad, conexidad, continuidad y como se heredad propiedades. Basicamente estudiaremos:

1. Aplicaciones a la compacidad y paracompacidad.
2. Aplicaciones a formas de continuidad.
3. Aplicaciones de Conexidad en (X, I, τ).
4. Para resolver el problema de dado un espacio topológico y $A \subseteq X$. A satisface la propiedad Ω si y solo si $cl(A)$ la satisface.

REFERENCIAS

[1] ARAFA A. NASEF, R. MAREAY, F.I. MICHAEL, *Idealizaciotion of Some Topological Concepts*, *European Journal of Pure and Applied Mathemetics*, **8(3) (2015)**, 389-394.
[2] AULL C. E., *Paracompact subsets*, General topology and its relations to Modern Analysis and Algebra 1966.
[3] ABD. EL-MONSEF, M.E., EL-DEEB, S.N., and Mahmould, R. A., *β-open sets and β-continuous mappings*, *Bull. Fac. Sci. Assiut Univ.*, **12 (1983)**,77-90.
[4] C. CARPINTERO, E. ROSAS, S. HUSSAIN J. SANABRIA, M. SALAS AND D. CARVAJAL. *A unified theory of generalized forms of continuity and open functions with applications*. emphKochi J. Math., **Vol. 9, (2014)**, 109-120. (ISSN 1880-5515)
[5] S.G. CROSLEY AND S. K. HILDEBRAND, *Semi topological properties*, *Fund. Math.*, **74 (1972)**, 233-254.
[6] FRIDAY IFEANYI MICHAEL K., *On some open sets with respect to an ideal*, *European Journal of Pure and Applied Mathemetics*, **6(1) (2013)**, 53-58.
[7] HAMLETT AND JANKOVIC, *Compacteness with respect to and ideal*, *Bul. Un. Mat. italiana*, **(1990)**.
[8] S. JAFARI AND N. RAJESH, *Generalized closed sets with respect to and ideal*, *European Journal of Pure and Applied Mathemetics*, **4(2) (2011)**, 147-151.
[9] S. KASAHARA, *Operation compact spaces*, *Math. Japonica*, **24(1979)**,97-105.
[10] KOVACEVICH, I., emphLocally almost paracompact spaces 1981.
[11] KEMPISTY, S., emphSur les functions quasicontinues, *Fund. Math.*, **19(1932)**, 184-197.
[12] N. LEVINE, semi open sets and semi continuity in topological spaces, *American Mathematical Monthly* **70 (1963)**, 36-41.
[13] H. MAKI, R. CHANDRASEKHARA RAO AND A. NAGOOR GANI, *On generalizing semi-open sets and pre-open sets*,*Pure Appl. Math. Math. Sci.*, **49 (1999)**, 17-29.
[14] MASHHOUR, A. S., ABD. EL-MONSEF, M.E.AND EL-DEEB, S.N., *On precontinuous and weak precontinuous mappings*, *Proc. Math. Phys. Soc. Egypt*, **53 (1982)**,47-53.
[15] NEWCOMB, Topologies with are compact module and ideal, Tesis doctoral 1967.
[16] NJASTAD, O., *On some classes of nearly open sets*, *Pacific J. Math*, **15 (1965)**,961-970.
[17] RANIN, D. V., *Compactness module and ideal*, *Soviet Math. Dold*, **(1972)**,193-197.
[18] RODYNA A. HOSNY, *Pre-open sets respect ideal*, *European Journal of Scientific Research*, **104(1), (2013)**,99-101.

[19] Rodyna A. Hosny and Deena Al-Kadi, *Types of Generalized Open Sets with Ideal*, *International-Journal of Computer ApplicationsEuropean Journal* **80(4) (2013)**.
[20] Ennis Rosas, Carlos Carpintero, Alvaro Muñoz and Jackeline Pacheco, *Some Remarks on Semi Open Sets with Respect to an Ideal*, *European Journal of Pure and Applied Mathematics*, **7(4),(2014)**,437-441.
[21] J. Sanabria, E. Rosas, C. Carpintero, M. Salas-Brown and O. García, emphS-paracompactness in ideal topological spaces, submitted
[22] M. R. Singal, A. R. Singal, emphAlmost continuous mappings, *Yokohama Math. J.*, **16(1968)**, 63-73.
[23] J. Tong, emphWeak almost continuous mappings and weak nearly compact spaces, *Boll. Un. Mat. Ital.*, **6(1-A)**
[24] Jorge Vielma y Ennis Rosas, $(\alpha, \beta, \theta, \delta, I)$*-continuous mappings and their decomposition*, *Divulgaciones Matematicas*, **Vol 12(1),(2004)**53-64.
[25] Zahid, *Para-H-Closed spaces, locally Para-H-closed spaces and their minimal topologies*, Ph. D Dissertation Univ. Pittburg 1981.
[26] K. Y. Al-Zoubi, s-expandable spaces, Acta Math. Hungar. 102(3)(2004),203-212.

[a] Email: ennisrafael@gmail.com

Sesión

Álgebra y Teoría de Números

Automorfismos en grafos de Cayley sobre anillos cocientes.

Deivi Luzardo[1a]

[1] Universidad del Zulia

En esta nota, usando el producto tensorial [2] y la composición de grupos [3] se cuentan y se clasifican los automorfismos del grafos de $Cay\left(\frac{Z_{p_1^{\alpha_1}\dots p_s^{\alpha_s}}[y]}{\langle (y^2+1)\rangle}, U(\frac{(Z_{p_1^{\alpha_1}\dots p_s^{\alpha_s}}[y]}{\langle (y^2+1)\rangle})\right)$, (grafos de Cayley [1]) con $p_i \equiv 3 \pmod 4$ para $i = 1, 2, \dots, s$. Específicamente se prueba: el número de automorfismos del grafo

$$Cay\left(\frac{Z_{p_1^{\alpha_1}\dots p_s^{\alpha_s}}[y]}{\langle (y^2+1)\rangle}, U(\frac{Z_{p_1^{\alpha_1}\dots p_s^{\alpha_s}}[y]}{\langle (y^2+1)\rangle})\right)$$

es

$$p_1^2! p_2^2! \dots p_s^2! (p_1^{2(\alpha_1-1)}!)^{p_1^2} (p_2^{2(\alpha_2-1)}!)^{p_2^2} \dots (p_s^{2(\alpha_s-1)}!)^{p_s^2}$$

REFERENCIAS [1] P. BERRIZBEITIA AND R. GIUDICI, Counting pure k-cycles in sequences of Cayley graphs. *Discrete math.*, 149:11–18, 1996.
[2] D. LUZARDO, Una Aplicación del producto tensorial. Pre-print. Maracaibo, Universidad del Zulia, (2013).

[a] Email: `dluzardo123@hotmail.com`

Los anillos conmutativos y su relación con Grafos cero divisores.

Felicia Villarroel [1a] y **Juan Otero** [2b]

[1] Universidad de Oriente.

[2] Universidad Politécnica Territorial "Clodosbado Russián ".

La relación entre un grafo divisor cero de un anillo conmutativo R, fue introducida por primera vez en 1988, [1]. Donde su aporte resaltante fue las coloraciones de este tipo de anillos. En [2] se continua esta investigación de coloraciones de un anillo conmutativo y además en [3], asocian a un grafo $\Gamma(R)$ a R. Sea R un anillo conmutativo con identidad y $Z(R)$ el cojunto de diviceros de cero no nulos. El grafo divisor de cero del anillo R, denotados por $\Gamma(R)$, es un grafo cuyos vértices son los elementos de $Z(R)$, y dos vértices distintos x e y son adyacentes si y sólo si, $x \cdot y = 0$. En [4], se dan algunos resultados para los grafos $\Gamma(R)$, donde R son anillos conmutativos de la forma $R = \mathbb{Z}_{p^n q}$, nuestro aporte principal, es de extender los resultados dados en [4], pero para anillos conmutativos $R = \mathbb{Z}_{p^n q^r}$.

REFERENCIAS

[1] I. BECK (1988), Coloring of conmutative ring. *J. Algebra.* 116, 208-226.

[2] D.D. ANDERSEN AND M. NASSER (1993), Beck's coloring of conmutative ring. *J. Algebra.* 159, 500-514.

[3] D.D. ANDERSEN AND P.S. LIVINGSTON (1999), The zero graph of a conmutative ring. *J. Algebra.* 217, 434-447.

[4] H.NASSAR, Q. HUSAMAND AND A. AHME(2013), The zero graph of $\mathbb{Z}_{p^n q}$. *Journal of Algebra.* vol 6 NÂ° 22. 1049-1055.

[a] Email: `feliciavillarroel@gmail.com`

[b] Email: `jmotero746@gmail.com`

Los números de Ramsey para la unión de grafos con componentes H-buena y secuencias baricéntricas monocromáticas.

Felicia Villarroel [1a] y **José Figueroa** [2b]

[1] Universidad de Oriente.

[2] Universidad Politécnica Territorial "Clodosbado Russián ".

Relacionada con la Teoría de Número y la Teoría Combinatoria se encuentra la teoría de Grafo. En esta investigación presentamos H un grafo con un número de coloraciones $\chi(H)$, un excedente cromático $\sigma(H)$ y $R(G,H)$ el número de Ramsey con componente H-buena dada en [1,2]. Un grafo G conexo de orden n, se llama bueno con respecto a H, denotado por H-buena, si satisface la siguiente expresión:

$$R(G,H) = (n-1)(\chi(H)-1) + \sigma(H). \qquad (1).$$

También presentaremos, un nuevo método donde se hace uso de la combinatoria para determinar el grafo completo que contienen componentes H-buena. Consideraremos $n = max\{|G|,|H|\}$ donde $|G|$, $|H|$ son las cardinalidades de G y H y $|K_n| = s = \frac{n(n+1)}{2}$. representa la longitud de las secuencias o el número de coloraciones de los lados del grafo completo.

REFERENCIAS

[1] I W. SURAHMAT, E. T. BASKORO AND I. TOMESCU, The Ramsey numbers of large cycles versus wheels. *Discrete Mathematics.* 306(2006),3334–3337.

[2] I W. SUDARSANA, E. T. BASKORO, H. ASSIYATUN AND S. UTTUNGGADEWA, On the Union of Graphs Ramsey Numberts. *Applied Mathematical Sciences.* Vol. 8, 2014, no. 16, 767–773.

[a] Email: `feliciavillarroel@gmail.com`

[b] Email: `jose3765@gmail.com`

Una simple caracterización de los anillos de ideales principales.

Víctor Ramírez [1a]

[1] Universidad Simón Bolívar. Departamento de Matemáticas Puras y Aplicadas.

Sea R anillo conmutativo con identidad. R se llama anillo de ideales principales si todo sus ideales son ideales principales. Estos anillos están caracterizados por la propiedad de que todos sus ideales primos son ideales principales (véase Gilmer [1, Theorem 2.1]), Kaplansky [2, Theorem 12.3]

El propósito de este trabajo es demostrar el siguiente resultado:

Teorema 1 *Sea R un anillo. Las condiciones siguientes son equivalentes:*

1. *R es un anillo de ideales principales,*
2. *R es noetheriano y todo ideal maximal de R es un ideal principal*
3. *Para cada ideal maximal M de R, M es ideal principal y la intersección de las potencias de M es un ideal finitamente generado.*

Referencias

[1] R. Gilmer. Commutative Rings in which Each Prime Ideal is Principal. *Mathematische Annalen.* Vol. 183 (1969) 151–158.
[2] I. Kaplansky. Elementary divisors and modules. *Trans. Amer. Math. Soc.* Vol. 66 (1949), 464–491

[a] Email: `ramirezv@usb.ve`

Sesión

Análisis

Espacios de Krein-de Branges-Kotani y el Teorema de Bochner.

Stefania Marcantognini [1a], **Alejandra Aguilera** [2b]
[1] IVIC.
[2] UCV.

Las funciones definidas positivas y sus generalizaciones aparecen en diversas áreas de la matemática como el análisis de Fourier, la teoría de probabilidades, problemas de momentos, ecuaciones integrales, entre otras (ver [3]).

En el año 1932 Salomon Bochner demostró el siguiente teorema que lleva su nombre: *Si f es una función continua y definida positiva, entonces existe una medida de Borel positiva y finita μ en $\mathbb{R}$ tal que*

$$f(x) = \int_{\mathbb{R}} e^{-itx}\, d\mu(t)$$

para todo $x \in \mathbb{R}$.

En vista de la importancia del Teorema de Bochner y sus generalizaciones en la teoría de las probabilidades y el análisis de Fourier, muchos matemáticos han dado diferentes demostraciones de este teorema.

El objetivo de esta presentación es dar una demostración alternativa del Teorema de Bochner. Para ello, a una función definida positiva dada se le asocia un espacio de funciones enteras denominado espacio de Krein-de Branges-Kotani (KdBK) y se usa el Teorema de la medida espectral de Krein-de Branges (ver [1] y [2]) para obtener la representación integral deseada.

REFERENCIAS

[1] S. KOTANI, Krein's strings with singular left boundary, *Rep. Math. Phys.*, 59(2007), No. 3, 305-316.
[2] J.R. LEÓN, S. MARCANTOGNINI, Parameterization of the extrapolations in the Krein-Schwartz Theorem and the entropy maximizer: the scalar case, *Complex Analysis and Operator Theory* (2014)8, 327-348.
[3] J. STEWART, Positive definite funtions and generalizations, an historical survey, *Rocky Mountain J. Math.*, 6 (1976) 409-434.

[a] Email: `stefania.marcantognini@gmail.com`
[b] Email: `alejandra1.aguilera@gmail.com`

Algunas Relaciones entre el Espectro y el Rango Numérico de un Operador.

Luis José Berbesí [1a]

[1] Departamento de Física y Matemáticas del Núcleo Universitario Rafael Rangel, Universidad de Los Andes. Trujillo, Venezuela.

La teoría espectral [2,6], entre otros aspectos, se encarga de estudiar las propiedades del operador $(T - \lambda I)^{-1}$, donde T es un operador acotado definido sobre un espacio X de Banach y λ un escalar real o complejo. Encontrar el espectro de un operador, en muchas ocasiones, no es fácil de determinar, sin embargo, su rango numérico aporta información para tener idea de cómo es dicho espectro. En este trabajo se introduce la noción de rango y radio numérico de un operador, y algunas propiedades inherentes a dichos conceptos [3,4,5]. Finalmente se plantea el Teorema de Toeplitz-Hausdorff y algunas consecuencias del mismo [6].

REFERENCIAS

[1] L. BERBESÍ, Algunas Relaciones Espectrales de los Operadores Transaloides y Convexoides, (Tesis de maestría). Mérida, Venezuela: *Universidad de Los Andes* (2015) 29–41.
[2] L. DEBNATH AND P. MIKUSINSKI, Introduction to Hilbert Spaces with Applications. San Diego, EEUU: *Elsevier Academic Press.* (2005).
[3] W. DONOGHUE, On the Numerical Range of a Bounded Operator. *Mich. Math.*, 20, (1957) 261–263.
[4] T. FURUTA, Invitation to Linear Operators. Londres, Inglaterra: *Taylor y Francis.* (2002).
[5] K. GUSTAFSON AND R. DUGGIRALA, Numerical Range. Nueva York, EEUU: *Springer-Verlag*. (1997)
[6] H. HEUSER, Functional Analysis. Nueva York, EEUU: *Marcel Dekker* (1982)

[a] Email: `lberbesi@ula.ve`

Espacios de Banach Subproyectivos.

Edward Díaz [1a], Margot Salas-Brown [1b]

[1] Universidad de Oriente. Departamento de Matemática. Núcleo de Sucre. Cumaná. Venezuela.

En la geometría de espacios de Banach, es un hecho bien conocido que todo subespacio de dimensión finita de un espacio de Banach es complementado. En general, esta propiedad que satisfacen los subespacios de dimensión finita no siempre vale para subespacios cerrados de dimensión infinita, el primer ejemplo de este hecho se obtiene en 1933 [1]. En 1960 [2], se obtiene que todo subespacio cerrado de dimensión infinita del espacio de las sucesiones p-sumables ℓ_p, para $1 < p < \infty$, contiene un subespacio de dimensión infinita, cerrado, complementado e isomorfo a ℓ_p. Inspirado por esta propiedad que satisfacen los espacios ℓ_p, en 1964 [3], se introducen los espacios subproyectivos y superproyectivos con el propósito de estudiar los adjuntos de los operadores estrictamente singulares y estrictamente cosingulares, respectivamente.

Un espacio de Banach X se denomina subproyectivo, si todo subespacio cerrado M de X de dimensión infinita contiene un subespacio cerrado N de dimensión infinita, complementado en X, y se dice que X es superproyectivo si todo subespacio cerrado M de X de codimensión infinita está contenido en un subespacio cerrado N de codimensión infinita, complementado en X. En esta charla hablaremos sobre los espacios subproyectivos y superproyectivos y algunas de sus aplicaciones al análisis funcional.

Referencias

[1] S. Banach and S. Mazur, Zur ThÃ©orie der linÃ©arend Dimension. *Studia Math.* 4(1993), 100–112

[2] A. Pelczynski, Projections in certain Banach spaces. *Studia Math.* 19 (1960), 209–228.

[3] R. J. Whitley, Strictly singular operators and their conjugates. *Trans. Amer. Math. Soc.* 113 (1964), 252–261.

[a] Email: `edwarddiaz178@gmail.com`

[b] Email: `salasbrown@gmail.com`

Operadores Semi B-Fredholm Bajo Perturbaciones por Operadores Cuasi Nilpotentes.

Orlando J. García M. [1a]

[1] Universidad de Oriente.

M. Berkani introduce y estudia en [1] una nueva clase de operadores definidos en la forma siguiente; un operador $T \in L(X)$ sobre un espacio de Banach X es llamado semi B-Fredholm, si para algún $n \in \mathbb{N}$ el rango $R(T^n)$ de T^n es cerrado y la restricción $T_n = T/_{R(T^n)}$ es semi Fredholm. Esta clase de operadores es, estrictamente, más grande que la clase de los operadores semi Fredholm ya que la restricción $T_0 = T/_{R(T^0)}$ es semi Fredholm si T lo es. Recientemente en [2] y [3] se estudió el comportamiento de la clase de los operadores semi B-Fredholm bajo perturbaciones por operadores que poseen una potencia de rango finito, en particular por operadores nilpotentes. En este trabajo se presentan algunos resultados sobre la estabilidad de los operadores semi B-Fredholm bajo perturbaciones por operadores cuasi nilpotentes, la cual es una clase estrictamente mas grande que la de los operadores nilpotentes.

REFERENCIAS

[1] M. BERKANI AND M. SARIH, On Semi B-Fredholm Operators, *Glasgow Math. Journal*, 43(2001), 457–465.

[2] O. GARCÍA, C. CARPINTERO, E. ROSAS AND J. SANABRIA, Property (gR) under nilpotents commuting perturbation. *Matematički Vesnik*. 66 (2014), 140–147.

[3] O. GARCÍA, C. CARPINTERO, E. ROSAS AND J. SANABRIA, Semi B-Fredholm and Semi B-Weyl spectrum under perturbations. *Boletin de la sociedad Matemática Mexicana*, 20 (2014), 39–47.

[a] Email: ogarciam554@gmail.com

Operadores Cuasi Fredholm Bajo Perturbaciones por Operadores Nilpotentes.

Orlando J. García M. [1a] y **Moises Rojas** [2b]

[1] Universidad de Oriente.

[2] Universidad Politécnica Territorial "Clodosbado Russián ".

Labrouse introduce en [1] la clase de los operadores cuasi Fredholm. Una versión reciente de la definición de esta clase de operadores es la siguiente; un operador $T \in L(X)$ sobre un espacio de Banach X es llamado cuasi Fredholm, si existe $d \in \mathbb{N}$ tal que $R(T^n)$ es cerrado y $\kappa_n(T) = \dim((R(T^n) \cap N(T))/(R(T^{n+1}) \cap N(T))) = 0$, para todo $n \geq d$. Esta clase de operadores es, estrictamente, más general que la clase de los operadores semi B-Fredholm (véase [1] Proposición 2.5). Recientemente en [2] y [3] se estudia el comportamiento de la clase de los operadores semi B-Fredholm bajo perturbaciones. En este trabajo se presenta una propiedad de descomposición para las clase de los operadores cuasi Fredholm, la cual permite demostrar la estabilidad de esta clase de operadores por operadores nilpotentes que conmutan.

REFERENCIAS

[1] J. P. LABROUSSE, Les Operateurs quasi Fredholm: une generalization des operateurs semi Fredholm. *Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo*, 29 (1980), 161–258.

[2] O. GARCÍA, C. CARPINTERO, E. ROSAS AND J. SANABRIA, Property (gR) under nilpotents commuting perturbation. *Matematički Vesnik*. 66 (2014), 140–147.

[3] O. GARCÍA, C. CARPINTERO, E. ROSAS AND J. SANABRIA, Semi B-Fredholm and Semi B-Weyl spectrum under perturbations. *Boletin de la Sociedad Matemática Mexicana*, 20 (2014), 39–47.

[a] Email: `ogarciam554@gmail.com`

[b] Email: `mbrandiner@gmail.com`

Una Nota Sobre Operadores Llenos.

Edixo Rosales [1a]

[1] Universidad del Zulia.

En este trabajo $\mathbf{X}$ es un espacio de Banach y $\mathbf{B}(\mathbf{X})$ denota los operadores acotados. Si $T \in \mathbf{B}(\mathbf{X})$, por $latT$ entenderemos los subespacios invariantes por T. Si $M \in latT$, podemos considerar el espacio de Banach cociente $\dfrac{X}{M}$ y $\hat{T} \in \mathbf{B}(\hat{\mathbf{X}})$, donde $\hat{T}(x+M) = T(x) + M$.

Se dice que T es lleno, si $\overline{TM} = M$, para todo $M \in latT$ (la barra indica la clausura en la topología de la norma). Se prueban principalmente los siguientes resultados:

1. Sean $\mathbf{X}$ un espacio de Banach, $T \in \mathbf{B}(\mathbf{X})$, $M \in latT$ y N es un subespacio de $\mathbf{X}$, tal que $M \subset N$ y $\overline{TM} = M$. Si $\hat{\mathbf{X}} = \dfrac{X}{M}$ y $\overline{\hat{T}(\hat{N})} = \hat{N}$, entonces $\overline{TN} = N$ ($\hat{N} = \dfrac{N}{M}$ en el espacio cociente).

2. Sean $\mathbf{X}$ un espacio de Banach, $T \in \mathbf{B}(\mathbf{X})$ y $M \in latT$. Si T es lleno, entonces $\hat{T} \in \mathbf{B}(\dfrac{\mathbf{X}}{\mathbf{M}})$ es lleno.

Se deducen importantes consecuencias. REFERENCIAS

[1] G. BACHMAN AND L. NARICI, Functional Analysis, *Academic Press*, New York and London (1966).
[2] J. BRAVO, Relations between $latT, latT^{-1}, latT^2$ and operators with compact imaginary parts, Ph. D. Dissertation, *University of California Berkeley* (1980).
[3] H. DOWSON, Spectral Theory of Linear Operator. *Academic Press*, New York and London (1978).
[4] W. PACHECO, Operadores llenos, Trabajo de ascenso para optar a la categoría de titular, *FEC-LUZ* (2007).

[a] Email: `edixorosales@gmail.com`

Sesión

Ecuaciones Diferenciales y Álgebras de Clifford

Operador de Cauchy–Riemann con pesos: el caso complejo.

Eusebio Ariza[1a], Antonio Di Teodoro[1b], **Zuly Salinas**[1c]

[1] Universidad de Investigación de Tecnología Experimental YACHAY TECH, Ciudad del conocimiento, San Miguel de Urcuqui, Ecuador-100119.

Considerando $\mathbb{C}$ con su estructura de Álgebra de Clifford, en esta charla nos enfocamos en operadores de *Cauchy-Riemann con pesos*, i.e., operadores del tipo

$$T := \psi_0\partial_0 + \psi_1\partial_1 \tag{1}$$

con $\psi_0, \psi_1 : \Omega \to \mathbb{C}$, donde $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ es un dominio acotado y regular. Para este tipo de operadores construimos soluciones fundamentales en el sentido de Miranda.

REFERENCIAS

[1] A. DI TEODORO, *Lecture notes on fundamental solutions for elliptic first and second order operators in Clifford Analysis*, preprint.
[2] C. MIRANDA, *Partial differential equations of elliptic type*, Springer Verlag, Berlin, 1970.

[a] Email: euariza@yachaytech.edu.ec
[b] Email: aditeodoro@yachaytech.edu.ec
[c] Email: zsalinas@yachaytech.edu.ec

Aproximación diferenciable de funciones Lipschitz sobre variedades Finsler.

Isabel Garrido[1a], Jesús Jaramillo[1b], **Yenny Rangel**[2c]

[1] Universidad Complutense de Madrid, Madrid. España-28040.

[2] Universidad de Investigación de Tecnología Experimental YACHAY TECH, Ciudad del conocimiento, San Miguel de Urcuqui, Ecuador-100119.

En la presente charla vamos a exponer que si tenemos una función Lipschitziana definida sobre una variedad Finsler, conexa y segundo numerable, entonces existe una función Lipschitziana de clase C^1 que la aproxima manteniendo el control sobre las constantes de Lipschitz.

Este resultado trae como consecuencia un criterio de completitud en la clase de las variedades Finsler cuasi-reversible.

REFERENCIAS

[1] GARRIDO, ISABEL, JARAMILLO, JESÚS AND RANGEL, YENNY, *Algebras of differentiable functions on Riemannian manifolds*, Bull. London Math. Soc. 41 (2009) 993–1001.

[2] GARRIDO, ISABEL, JARAMILLO, JESÚS AND RANGEL, YENNY, *Lip-density and algebras of Lipschitz functions on metric spaces*, Extracta Math. 25 (2010) 249–261.

[3] GARRIDO, ISABEL, JARAMILLO, JESÚS AND RANGEL, YENNY, *Smooth approximation of Lipschitz functions on Finsler manifolds*, Journal of function spaces and applications. (2013).

[4] GORDON, W., *An analytical criterion for the completeness of Riemannian manifolds*, Proc. Amer. Math. Soc. 37(1) (1973) 221–225.

[5] GORDON, W., *Corrections to An analytical criterion for the completeness of Riemannian manifolds*, Proc. Amer. Math. Soc. 45(1) (1974) 130–131.

[a] Email: `maigarri@mat.ucm.es`

[b] Email: `ajaramil@mat.ucm.es`

[c] Email: `yrangel@yachaytech.edu.ec`

Sobre el operador de Dirac pesado y sus soluciones fundamentales.

Carmen Judith Vanegas[1a], Franklin Vargas[1b]

[1]Universidad Simón Bolívar.

En esta charla definiremos un operador tipo Dirac con pesos constantes el cual factoriza el operador de Laplace en el sentido clásico. Caracterizaremos una familia de operadores de este tipo cuyos pesos son elementos de un subespacio del álgebra de Clifford $\mathcal{A}_n$. También mostraremos la construcción de una solución fundamental para esta clase de operadores.

REFERENCIAS

[1] M.V. SHAPIRO, N.L. VASILEVSKI, Quaternionic Ψ-Hyperholomorphic Functions, Singular Integral Operators and Boundary Value Problems I. Ψ-Hyperholomorphic Function Theory. *Complex Variables*, **27**, (1995) 17–46.

[2]F. VARGAS AND J. VANEGAS. On weighed Dirac operators and their fundamental solutions. Submitted (2016).

[a] Email: `cvanegas@usb.ve`

[b] Email: `franklinvj@usb.ve`

Problema de Dirichlet para la ecuación de Cauchy-Riemann generalizada no homogénea.

Ober Navarro[1a]

[1]Universidad Simón Bolívar.

En esta charla explicaremos el problema de Dirichlet para la ecuación $Du = F$, donde D es el operador de Cauchy-Riemann generalizado del análisis de Clifford y el lado derecho F es una función que depende de u y de sus derivadas parciales.

REFERENCIAS

[1] W. TUTSCHKE AND C. VANEGAS, Métodos del análisis complejo en dimensiones superiores, XXI Escuela Venezolana de Matemáticas, (2008).

[a] Email: obernavarro@usb.ve

Problemas de valores de frontera para operadores elípticos de segundo orden en álgebras tipo Clifford

Neida Barreto[1a]

[1]Universidad Rafael María Baralt.

Problemas de valores de frontera para ecuaciones $\tilde{\Delta}u = \mathcal{F}$ en dimensiones mayores, donde $\tilde{\Delta}$ es un operador elíptico de segundo orden, se pueden reducir a un problema de punto fijo para un operador convenientemente definido y que envuelve una solución fundamental del operador $\tilde{\Delta}$. Mostraremos los avances de este problema en el contexto de las álgebras de Clifford parametrizadas.

REFERENCIAS

[1] W. TUTSCHKE AND C. VANEGAS, Métodos del análisis complejo en dimensiones superiores, XXI Escuela Venezolana de Matemáticas, (2008).

[a] Email: `neidabarreto@hotmail.com`

Funciones monogénicas generalizadas que satisfacen ecuaciones diferenciales con lado derecho anti-monogénico en el álgebra de Clifford $\mathcal{A}_n$.

Yanett Bolívar[1a], **María Cortez**[1b]

[1]Universidad de Oriente, Núcleo Sucre.

Hasta ahora, muchos resultados obtenidos en el campo de los números complejos han sido visualizados en espacios de dimensión superior. Un caso relevante lo protagonizan las funciones monogénicas generalizadas que desempeñan en las álgebras de Clifford el papel que tienen las funciones analíticas generalizadas en los números complejos [1]. A partir de las funciones monogénicas generalizadas se definen las ecuaciones diferenciales con lado derecho anti-monogénico que son una extensión del concepto de funciones anti-holomorfas en el plano complejo. Esta teoría está fuertemente ligada al operador de Cauchy Riemann generalizado, que viene dado por

$$D = \frac{\partial}{\partial x_0} + \sum_{j=1}^{n} e_j \frac{\partial}{\partial x_j}. \tag{2}$$

Teniendo como base el producto de vectores en $\mathcal{A}_n$ que se introduce en [2], se logra la construcción de lados derechos anti-monogénicos en estas álgebras para cualquier valor de n. Extendiendo así los resultados obtenidos en [1] en el plano complejo, en $\mathcal{A}_2$ y $\mathcal{A}_3$.

REFERENCIAS

[1] TUTSCHKE AND U. YÜKSEL, generalized monogenic functions satisfying differental equations with anti-monogenic right-hand sides, 263–270.

[2] F. BRACKX, R. DELANGHE AND F. SOMMEN, Clifford analysis. Pitman Research Notes in Mathematics, Boston 76, (1982).

[a] Email: `bolivarcolon@gmail.com`

[b] Email: `mjcb_21@hotmail.com`

Discretitud del espectro de operadores de Schrödinger con potenciales polinomiales no-negativos.

Luis J. Navarro[1a]

[1] Universidad Simón Bolívar.

Se consideran operadores de Schrödinger $-\Delta + V$, definidos en $L^2(\mathbb{R}^n)$, con potenciales V que son polinomiales y no-negativos y se proporcionan condiciones necesarias y suficientes para la discretitud del espectro de tales operadores. Dichas condiciones son nuevas y se expresan en términos del laplaciano (y sus potencias) del potencial.

REFERENCIAS

[1] A. M. MOLCHANOV. On the discreteness of the spectrum conditions for self-adjoint differential equations of the second order. *Trudy Mosk. Matem. Obshchestva (Proc. Moscow Math. Society)* Vol. **2** (1953) 169–199 (Russian).
[2]V. MAZ'YA AND M. SHUBIN. Discreteness of spectrum and positivity criteria for Schrödinger operators. *Annals of Mathematics* Vol. **162** (2005) 919–942.
[3]B. SIMON. Some Quantum Operators with Discrete Spectrum but Classically Continuous Spectrum. *Annals of Physics* Vol. **146** (1983) 209–220.
[4]B. SIMON. Schrödinger operators in the twentieth century. *Journal of Mathematical Physics* Vol. **41** (2000) 3523–3555
[5]M. P. GARCIA DEL MORAL, L. NAVARRO, A. PÉREZ AND A. RESTUCCIA. Intrinsic moment of inertia of membranes as bounds for the mass gap of Yangs-Mills theories, *Nuclear Physics B* Vol. **765** (2007) 287–298.
[6]I. MARTIN, L. NAVARRO, A. PÉREZ AND A. RESTUCCIA. The discrete spectrum of the $D = 11$ bosonic $M5$-brane. *Nuclear Physics B* Vol. **794** (2008) 538–551.
[7]M. P. GARCIA DEL MORAL, I. MARTIN, L. NAVARRO, A. PÉREZ AND A. RESTUCCIA. Spectral analysis of polynomial potentials and its relation with ABJ/M-type theories, *Nuclear Physics B* Vol. **839** (2010) 112–128.

[a] Email: `ljnavarro@usb.ve`

El problema de Cauchy para ecuaciones diferenciales funcionales.

Luis Gerardo Mármol Bosch[1a]

[1]Universidad Simón Boívar .

En el presente trabajo nos proponemos explicar la formulación del problema de Cauchy para diferentes ecuaciones funcionales: retardo y retardo y avance, a partir de algunos resultados en común con los profesores Raúl Manzanilla y Carmen Judith Vanegas [2]. Este tipo de problemas aparece con frecuencia en tópicos como dinámica económica y teoría de ondículas (Ver [1, 2, 4]). El obstáculo principal al que uno se enfrenta al tratar problemas de este género estriba en que dichos problemas no siempre están bien planteados. Se analizará bajo qué condiciones es posible hallar una única solución diferenciable y a partir de ello se mostrará la construcción del semigrupo asociado y su generador infinitesimal, en términos de los cuales es posible reescribir el problema como un problema de Cauchy clásico y encontrar la solución.

REFERENCIAS

[1] K. ABELL, C. ELMER, A. HUMPHRIES AND E. VLECK. Computation of mixed type functional differential boundary value problems. *SIAM Journal on Applied Dynamical System*. **4(3)**, (2005) 755–781.
[2] R. MANZANILLA, L.G. MÁRMOL AND C.J. VANEGAS. On the Controllability of a Differential Equation with delayed and advanced arguments. *Abstract and Applied Analysis*. **2010** (2010). Article ID 307409.
[3] A. RUSTICHINI. Functional differential equations of mixed type: the linear autonomous case. *Journal of Dynamics and Differential Equations*. **1(2)**, (1989) 121–143.
[4] A. RUSTICHINI. Hopf bifurcation of functional differential equations of mixed type. *Journal of Dynamics and Differential Equations*. **1(2)**, (1989) 145–177.

[a] Email: `lgmarmol@usb.ve`

Condiciones Necesarias y Suficientes para que Operadores Diferenciales de Primer Orden estén asociados con el Operador de Cauchy-Riemann Generalizado en las Álgebras de Clifford.

Rafael J. Antón M.[1a], Yanett M. Bolívar C.[2b]
[1]Universidad Politécnica Territorial del Oeste de Sucre Clodosbaldo Russián. Sucre.
[2]Universidad de Oriente. Núcleo de Sucre.

Las álgebras de Clifford A_n son álgebras asociativas, no conmutativas que generalizan al cuerpo de los números complejos y en donde muchos resultados del análisis complejo han sido extendidos. El espacio de funciones holomorfas está asociado con el operador diferencial complejo $\frac{d}{dz}$ ya que la derivada compleja de una función holomorfa es nuevamente holomorfa. Generalizando esta idea, surge el concepto de " Espacios Asociados " (ver [2]), en donde un espacio de funciones X se dice que está asociado con operador diferencial F, si F transforma a X en sí misma. Considerando el operador diferencial de primer orden F, definido por

$$F(t,x,u,\delta_{x_i}u) = \sum_{i=o}^{n} A^{(i)}(t,x)\partial_{x_i}u + B(t,x)u + C(t,x)$$

donde $A^{(i)}(t,x)$, $B(t,x)$ y $C(t,x)$ son funciones con valores en A_n, se establecen condiciones necesarias y suficientes sobre los coeficientes del operador F para que esté asociado con el operador de Cauchy-Riemann generalizado $D_\lambda = D + \lambda$, donde λ es un número real y D es el conocido operador de Cauchy-Riemann definido por $D = \sum_{i=0}^{n} e_i\partial_{x_i}$, siendo e_i, $i = 0, 1,...,n$, los vectores canónicos en R^{n+1}. Para tal fin, sobre funciones u y v con valores en A_n, se determina una fórmula para el producto $D_\lambda(u.v)$. Con este resultado se extienden los resultados planteados en [1] para el caso particular $n = 3$.

REFERENCIAS
[1] U. Y. ABBAS, U. YU Ì^UKSEL, *Necessary and sufficient conditions for first order differential operators to be associated with a disturbed Dirac operator in Quaternionic Analysis*. Adv. Appl. Clifford Algebras 25 (2015), 1–12.
[2]W. TUTSCHKE, *Associated spaces-a new tool of real and complex analysis*. Natl. Univ. Publ. Hanoi. 2008.

[a] Email: antonmrafael@gmail.com
[b] Email: bolivarcolon@gmail.com

Estructuras algebraicas en análisis de Clifford.

José Játem[1a]

[1]Universidad Técnica de Manabí.

En esta charla mostraremos una revisión de diferentes álgebras de Clifford presentadas como anillos cocientes.

REFERENCIAS

[1] J. JÁTEM AND J. VANEGAS. Algebraic structures in generalized Clifford analysis and applications to boundary value problems. Submitted (2015).
[2]R. BRACKX, F. DELANGHE AND F. SOMMEN. Clifford Analysis. Pitman Research Notes Vol.**76**, (1982).
[3]W. TUTSCHKE AND C.J. VANEGAS. Clifford algebras depending on parameters and their applications to partial differential equations. Contained in *Some topics on value distribution and differentiability in complex and p-adic analysis*. Beijing Science Press. Mathematics Monograph Series **11**, (2008) 430-450.

[a] Email: jjatem@utm.edu.ec

Operadores asociados al espacio de funciones analíticas generalizadas elípticas.

Gian Nicola Rossodivita[1a], Carmen Judith Vanegas[2b]
[1]Universidad Del Zulia.
[2]Universidad Simón Bolívar.

Este trabajo está dirigido a verificar que el operador analítico generalizado sea asociado con un operador de primer orden. En otras palabras queremos encontrar explícitamente condiciones suficientes y necesarias para que dichos operadores sean asociados. Para este fin consideraremos los siguientes operadores:

$$\begin{aligned} G(\omega) &:= \partial_{\overline{z}}\omega - a(z)\omega - b(z)\overline{\omega} \\ F(\omega) &:= C(z)\partial_z\omega + H(z)\overline{\partial_z\omega} + A(z)\,\omega + B(z)\,\overline{\omega} + G_1(z). \end{aligned}$$

Para obtener las condiciones suficientes aplicamos el operador G a F y para encontrar las condiciones necesarias se recurre a una ingeniosa técnica de construcciones de adecuadas funciones analíticas generalizadas que satisfagan dicho problema.

Una aplicación directa de este trabajo es la resolución de problemas de valores de iniciales en complejos elípticos via el teorema de contracción de Banach.

REFERENCIAS

[1] D. ALAYÓN-SOLARZ AND C.J. VANEGAS. Operators associated to the Cauchy-Riemann operator in elliptic complex numbers. *Advances in Applied Clifford Algebras*. Vol **22**, (2012) 257-270.
[2] G. ROSSODIVITA. Problemas de valores iniciales con función elíptica analítica generalizada como condición inicial. *Tesis de Maestría de Gian Nicola Rossodivita Causado*. Univ. Simón Bolívar. Sartenejas, Caracas, Venezuela. (2015)
[3] W. TUTSCHKE. Associated spaces a new tool of real and complex analysis. *In Function Spaces in Complex and Cliford Analysis*. (2008) 253-268.

[a] Email: `g_nicola22@hotmail.com`
[b] Email: `cvanegas@usb.ve`

Sobre operadores diferenciales matriciales en análisis de Clifford.

Eusebio Ariza[1a], **Antonio Di Teodoro**[1b], Frankiln Vargas[2c]

[1] Universidad de Investigación de Tecnología Experimental YACHAY TECH, Ciudad del conocimiento, San Miguel de Urcuqui, Ecuador-100119.

[2] Universidad Simón Bolívar, Sartenejas, Computo, Caracas-Venezuela.

En la presente charla vamos a exponer la motivación y construcción de una base matricial para cierto tipo de álgebras de Clifford llamadas álgebras de Clifford dependiendo de parámetros, esta base es isomorfa al álgebra de Clifford generalizada con su producto respectivo. Luego vamos a usar esta representación matricial para clasificar operadores diferenciales de segundo orden mediante su determinante. Adicional vamos a exponer como se pueden construir ciertos operadores usados en física: como Helmholtz, Schrödinger y Klein-Gordon. Finalmente y motivado a las ventajas de tener una base matricial para el álgebra de Clifford discutiremos posibles consecuencias y aplicaciones en áreas como el análisis Hermítico, representaciones integrales, análisis discreto y la teoría de funciones multimonogénicas.

REFERENCIAS

[1] BRACKX, F. DELANGHE, R AND SOMMEN, F.(1982). *Clifford Analysis*. Pitman Research Notes.
[2] CAMPOS, H. KRAVCHENKO, V AND MÉNDEZ, L., Complete Families of Solutions for the Dirac Equation Using Bicomplex Function Theory and Transmutations, Advances in Applied Clifford Algebras. **22(3)**, 577–594, (2012).
[3] A. DI TEODORO AND C. VANEGAS, Fundamental solutions for the first order meta-monogenic operator, Advances in Applied Clifford Algebras. **22(1)**, 49–58.
[4] W. TUTSCHKE AND C. VANEGAS, Clifford algebras depending on parameters and their applications to partial differential equations, Some topics on value distribution and differentiability in complex and p-adic analysis. Science Press Beijing 17 (2008), 30.
[5] W. TUTSCHKE AND C. VANEGAS, Métodos del análisis complejo en dimensiones superiores, XXI Escuela Venezolana de Matemáticas, (2008).

[a] Email: `eariza@yachaytech.edu.ec`
[b] Email: `aditeodoro@yachaytech.edu.ec`
[c] Email: `franklinvj@gmail.com`

Estimados sobre funciones con representaciones integrales en las álgebras de Clifford.

Yanett Bolívar[1a]

[1]Universidad de Oriente.

Un estimado interior es un estimado de las derivadas de soluciones en subdominios Ω' de un dominio acotado Ω de $\mathbb{R}^{n+1}$ (ver [1]).

A través de la teoría de los espacios asociados (ver **?**), en los problemas de valores iniciales

$$\begin{aligned} \partial_t u &= \mathbf{F}(t, x, u, \partial_j u), \quad j = 0, \ldots, n, \\ u(0, x) &= \varphi(x), \end{aligned}$$

la estimación interior de la función inicial φ es una condición necesaria para establecer la existencia y unicidad de las soluciones.

En este trabajo se obtiene un estimado interior sobre las funciones iniciales φ en el espacio de las funciones monogénicas con valores en el álgebra de Clifford $\mathbf{A}_n$. Esta estimación se obtiene a partir de representaciones integrales y normas ya establecidas. Previo a estos resultados, se construye una desigualdad tipo Hölder sobre funciones con valores en el álgebra de Clifford $\mathbf{A}_n$.

REFERENCIAS

[1] W. TUTSCHKE AND U. YÜKSEL , Interior L_p-estimates for functions with integral representations. *Appl. Analysis* **73**, no. 1-2, (1999), 281-294.

[2] W. TUTSCHKE, Associated spaces - a new tool of real and complex analysis. *Function spaces in complex and Clifford analysis,* (2008) 253–268.

[a] Email: `bolivarcolon@gmail.com`

Fórmula integral de Cauchy-Pompeiu para funciones Multi Meta−monogénicas pesadas de primera clase.

Eusebio Ariza[1a], Antonio Di Teodoro[1b]

[1] Universidad de Investigación de Tecnología Experimental YACHAY TECH, Ciudad del conocimiento, San Miguel de Urcuqui, Ecuador-100119.

En este trabajo exhibimos una fórmula integral de tipo Cauchy-Pompeiu para una clase de funciones llamadas **funciones multi−meta− monogénicas pesadas**. Para ello, usamos las, así llamadas, funciones meta$-n-$monogénicas pesadas. También presentamos una sección donde se discute la ecuación no homogénea para funciones meta$-n-$monogénicas pesadas y se obtiene una solución distribucional para dicha ecuación. En algunos casos especiales, la solución distribucional es también una solución clásica.

REFERENCIAS

[1] ARIZA, E. AND DI TEODORO, A., *Multi M q-monogenic Function in Different Dimension*. In Hypercomplex Analysis: New Perspectives and Applications (pp. 61-73). (2014). Springer International Publishing.

[2] ARIZA, E. AND DI TEODORO, A., *An integral representation formula for Multi Meta−φ−monogenic functions of second class*, submitted, (2015).

[3] BRACKX, F. DELANGHE, R. AND SOMMEN, F., *Clifford Analysis*. (1982). Pitman Research Notes.

[4] HÖRMANDER, L., *An Introduction to Complex Analysis in Several Variables*, North-Holland Mathematical Library, 3rd ed., Vol. 7. (1990). North-Holland Publishing Co., Amsterdam.

[5] HUNG SON, L., *Recent Trends in Theory of Regular Functions Taking Value in Clifford Algebra*, Proceedings of the International Conference of Applied Mathematics (ICAM), Hanoi, August 25-29, (2004), SAS International Publications, Delhi, pp. 113-122.

[6] IQBAL. MUHAMMAD, *An Introduction to Solar Radiation*. (1983). Elsevier.

[7] SHABAT, D.V., *Introduction to Complex Analysis, Part II, Functions of several variables*. (Translated from the third (1985) Russian edition by J.S Joel), Translations of Mathematical Monographs, Vol.110. (1992). American Mathematical Society. Providence, RI.

[8] MITREA M., *Clifford wavelets, singular integrals, and Hardy spaces*. (1994). Springer-Verlag Berlin

[9] MIRANDA, C., *Partial differential equations of elliptic type*. (1970). Springer.

[10] TUTSCHKE, W. AND HUNG SON, L., *A New Concept of Separately Holomorphic and Separately Monogenic Functions. Algebraic structures in partial differential equations related to complex and Clifford analysis*. (2010). Ho Chi Minh City Univ. Educ. Press, Ho Chi Minh City, $67-78$.

[11] TUTSCHKE, W. & HUNG SON, L., *Multi-monogenic functions in different dimensions.* Complex Variables and Elliptic Equations: An International Journal, (2013). Vol. 58, 2, 293-298.

[12] TUTSCHKE, W. AND VANEGAS, C. J., *Clifford algebras depending on parameters and their applications to partial differential equations*. Contained in *Some topics on value distribution and differentiability in complex and p-adic analysis*. (2008). Science Press- Beijing, 430-449.

[13] TUTSCHKE, W AND VANEGAS, C. J., *Métodos del análisis complejo en dimensiones superiores*. (2008). Ediciones IVIC, Caracas.

[a] Email: `eariza@yachaytech.edu.ec`

[b] Email: `aditeodoro@yachaytech.edu.ec`

Polinomios Ortogonales en álgebra de tipo Clifford.

Adrián Ifante[1a]

[1]Universidad Simón Bolívar.

Los Polinomios de Hermite $\{h_k(t)\}_{k=1}^{\infty}$ son un sistema ortogonal en el espacio $L^2(e^{-t^2}dt)$ y sus propiedades han sido estudiados en detalles, ver [2]. Si $\{e_0, e_1, \ldots, e_n\}$ es una base ortonornal de $\mathbb{R}^{n+1}$ y con el producto $e_ie_j + e_je_i = 2\gamma_{ij}$ define un álgebra de tipo Clifford generalizado, ver **?**. Consideremos el sistema $\left\{H_k^i(t)\right\} = \{e_ih_k(t)\}$ se puede probar que para cada k es un sistema ortogonal en el espacio $L^2(e^{-t^2}dt)$. Como satisface que $H_k^i(t)H_k^j(t) + H_k^j(t)H_k^i(t) = 2h_k(t)\gamma_{ij} = 2\Gamma_{ij}(t)$ define un álgebra de tipo Clifford generalizado con parámetro. En este trabajo se quiere mostrar algunas representaciones y propiedades de $\left\{H_k^i(t)\right\}$ y el estudio de las funciones de la forma $u(x,t) = \sum_{i,k}^{n} u_i(x)H_k^i(t)$ con $u_i : \mathbb{R}^{n+1} \to \mathbb{R}$.

REFERENCIAS

[1] G. SZEGÖ. *Orthogonal Polynomials*. Third Edition, American Mathematical Society, (1974).

[2] W. TUTSCHKE AND C. VANEGAS, Métodos del análisis complejo en dimensiones superiores, XXI Escuela Venezolana de Matemáticas, (2008).

[a] Email: `ainfante@usb.ve`

Soluciones Exactas para una clase de sistemas Periódicos.

Antonio Acosta[1a]

[1] Universidad de Investigación de Tecnología Experimental YACHAY TECH, Ciudad del conocimiento, San Miguel de Urcuqui, Ecuador-100119.

En este trabajo se considera un sistema del tipo $\dot{x} = A(t)x$, donde $A(t)$ es una matriz periódica y antisimétrica. Se obtienen, bajo condiciones adecuadas de los parámetros que aparecen en $A(t)$ soluciones exactas para el sistema. En otros casos se estudia la existencia de soluciones aproximadas. Finalmente, se exhibe que el problema tratado puede ser relacionado con una ecuación del tipo $i\frac{\partial U}{\partial t} = H(t)U$ la cual es importante en problemas fisicos asociados, por ejemplo, con resonancia magnética nuclear.

[a] Email: `aacosta@yachaytech.edu.ec`

Sesión

Educación Matemática

29 años de Olimpíadas de Matemática en la parroquia La Vega.

José Javier Salas González[1a], Jean Pierre Wyssenbach[1b]

[1]Universidad Católica Andrés Bello

En el mes de junio del año 2017 se celebrarán las XXX Olimpíadas de Matemáticas y Castellano de la parroquia La Vega, en la ciudad de Caracas. Desde el año 1988 el Grupo Utopía ha congregado a las escuelas de la comunidad para presentar un examen de matemáticas integrado por 10 problemas que atienden a los contenidos y temas de 5to y 6to grado de primaria.

Este artículo no pretende ser una reseña anecdótica, persigue como objetivo primario destacar el sginificado académico y didáctico del proceso de preparación (entrenamiento) para la Olimpíada de Matemáticas dentro del quehacer educativo en las escuelas de la comunidad. En tal sentido, las variables que destacaremos en este trabajo son: motivación al logro y pertinencia académica.

En cuanto a la motivación es necesario destacar que, si bien las Olimpíadas de Matemáticas pueden entenderse como una prueba o examen particular (especial). El contexto y forma en el cual se desarrolla da a este evento connotaciones y significados importantes, tanto para los estudiantes, como para maestros, padres y representantes. En la parroquia La Vega, el día de las Olimpíadas convoca a más de 1200 estudiantes de quinto y sexto grado a las tres escuelas más grandes y de mejor infraestructura, esto representa una primera novedad importante. Además de ello, los estudiantes atienden la resolución de sus pruebas en grupos heterogéneos, formados, rodeados de compañeros de otras instituciones, finalmente el Grupo Utopía coordina la supervisión, aplicación e imparcialidad de la corrección de las pruebas.

En cuanto a la pertinencia académica, discutiremos sobre las evaluaciones y ponderaciones cualitativas y cuantitativas que los directores, maestros y estudiantes demuestran en sus respectivos campos de actuación, desde el punto de vista académico y desde el punto de vista del rendimiento en el área de matemáticas.

En un trabajo posterior hablaremos en detalle sobre participación y niveles de logro, en este trabajo se presentarán algunos elementos sobre éstas variables, dejando el análisis en profundidad para otra oportunidad.

Finalmente presentaremos una reseña sobre los hitos más significativos de esta experiencia demostrando las posibilidades de replicación y desarrollo en otras comunidades.

Palabras clave: Olimpíadas de matemática, superación académica, olimpíadas de superación, pertinencia didáctica y académica

Referencias

[1] López Yolanda y Salas José J., **Problemario de Matemáticas para 6° grado**. Fundación Empresas Polar - Universidad Católica Andrés Bello, 2015.

[2] López Yolanda y Salas José J., **Problemario de Matemáticas para 5°grado**. Fundación Empresas Polar - Universidad Católica Andrés Bello, 2015.

[3] Wyssenbach, Jean P.. **El Grupo Utopía, Una historia de trabajo y de lucha desde lo popular**. Revista SIC 755 junio 2013, pp. 211 - 222

[4] Wyssenbach, Jean P.. **… Y se extiende**. Revista SIC 708 septiembre - octubre 2008, pp. 370 - 371

[5] Wyssenbach, Jean P., **Un millón de problemas**. Revista SIC 577 agosto 1995, pp. 316 - 317

[6] Wyssenbach, Jean P., **Olimpíadas distintas**. Revista SIC 570 diciembre 1994, pp. 454

[7] Wyssenbach, Jean P., **Medio millón de problemas**. Revista SIC 566 julio 1994, pp. 262

[a] Email: `jsalas@ucab.edu.ve`

[b] Email: `jpwyssenbach2@gmail.com`

Sobre las construcciones de los números reales.

Jahn Franklin Leal[1a]

[1] Universidad de Los Andes.

Se trata de presentar las ideas fundamentales de las más notables construcciones de los números reales hechas en el siglo XIX. En esta ocasión presentaremos algunos antecedentes en álgebra y en el análisis. Básicamente, mostramos la evolución del análisis en el desarrollo del número real. Además, consideramos otros antecedentes que tienen que ver con el estudio de la física matemática.

REFERENCIAS

[1] BORDEN, R.S., A course in advanced calculus. North Holand, Amsterdam, 1983.
[2] RUDIN, W., Análisis real y complejo. Mc. Graw Hill, Madrid, 1988.
[3] BAKER, A.: Trascendental number theory. Cambridge University Press, (1965).
[4] BELL, E.T.: Historia de las matemáticas. Fondo de cultura económica, México (1949). Título original: The Development of Mathematics. McGraw Hill, New York.
[5] BOYER, C.B.: Historia de la matemática. Alianza Editorial, (1987).
[6] CAUCHY, A.L.: Résumé des leÃ§ons données a VEcole polytechnique sur le calcul infinitesimal, Debure, Paris, (1823).
[7] COLLETTE, J.P.: Histoire des mathématiques 1, Vuibert/Erpi, (1973).
[8] DEDEKIND, R., StetigkeiÃ® und irrationale zahlen. T edición, Vieweg, Braunschweig (1969).Primera edición 1872. Traducción inglesa por W.W. Beman, Dover, New York, (1963).
[9] DIEUDONNÉ, J.: Abrégé d'histoire des mathématiques 1700-1900, I et IL Hermann, París (1978).
[10] DUGAC, P.: Eléments dánalyse de Karl Weierstrass, Arch, for Hist, of Exact Sci., tlO, 41-76, (1973).
[11] GAUSS, K.F. UND BESSEL, F.W.: Briefwechsel, Engelmann, Leipzig, (1880).
[12] RíBNIKOV, K.: Historia de las matemáticas. Mir, Moscú, (1991)
[13] SMITH, D.E.: History of mathematics, volumes I and II. Dover, (1958).
[14] WEIERSTRASS, K.: Math. Werke, i. 3, Mayer und MÃ¼ller, Beriín, (1903).

[a] Email: `jleal@ula.ve`

Actuación de los tutores y su relación con el proceso de Aprendizaje de los Profesores de Matemáticas en un Programa de Formación.

Marlene Arias[1a], Pedro Gómez[2b]
[1]Universidad de Carabobo.
[2]Universidad de Los Andes, Colombia.

En los últimos años, se han realizado múltiples investigaciones sobre programas de formación de profesores en las que se hace énfasis en el trabajo colaborativo y en la construcción activa de los conocimientos requeridos en colaboración con otros [5], [6], [7], [9], [10], [11, [12]. Informamos sobre un trabajo doctoral cuyo objetivo es describir y caracterizar la relación entre la actuación de los tutores y el aprendizaje de los grupos de profesores en formación. Los datos proceden de un programa de máster en análisis didáctico en el que los profesores en formación de área de matemáticas trabajan en grupos y con el apoyo de tutores. Estructuramos la investigación mediante tres estudios relacionados entre sí. En un primer estudio, caracterizamos la actuación de los tutores a partir de sus comentarios escritos a las producciones de sus grupos [2], [3], [4]. Con el segundo estudio caracterizamos la relación entre la actuación del tutor y el aprendizaje de los grupos a partir del análisis de los cambios en las producciones escritas [8]. Encontramos que a diferencia de otros estudios empíricos similares, no pudimos constatar con claridad que los tipos de comentarios de los tutores se relacionen con los tipos de cambios. El hallazgo de una proporción significativa de casos en los que los grupos no realizaron los cambios requeridos motivó el tercer estudio. Nos centramos en comprender cómo los grupos entienden y abordan los comentarios de sus tutores. Constatamos que no siempre entienden los comentarios, y establecimos algunas de las razones por lo que esto ocurre [1].

Referencias

[1] Arias, M. *Actuación de los tutores y su relación con el proceso de aprendizaje de los profesores de matemáticas en un programa de formación*. Tesis doctoral. Universidad de Granada, España, 2014.
[2] Arias, M. *Actuación de tutores en un programa de formación de postgrado para profesores de matemáticas*. Departamento de Didáctica de la Matemática. Tesis de maestría no publicada, Universidad de Granada, Granada, 2011.
[3] Arias, M. y Gómez, P. *Núcleo común y perfiles de la actuación de tutores de profesores de matemáticas en formación*. En A. Estepa, Á. Contreras, J. Deulofeu, M. C. Penalva, F. J. García y L. Ordóñez (Eds.), Investigación en Educación Matemática XVI (pp. 123-134). Baeza, España: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, 2012.
[4] Arias, M. y Gómez, P. *Characterization about tutors actuation in the teachers training of mathematics*. Profesorado: Revista de currículum y formación de profesores, 18(1), 35-54, 2014.
[5] Borko, H. *Professional development and teacher learning: Mapping the terrain*. Educational Researcher, 33(8), 3-15, 2004.
[6] Gómez, P. *Desarrollo del conocimiento didáctico en un plan de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria*. Granada, España: Universidad de Granada, 2007.
[7] Gómez, P. *Análisis didáctico en la práctica de la formación permanente de profesores de matemáticas de secundaria*. En Gómez, Pedro (Ed.), Diseño, implementación y evaluación de unidades didácticas matemáticas en MAD 1 (pp. 1-18). Bogotá: Universidad de los Andes, 2012.
[8] Gómez, P. y Arias, M. *Role of the mentorâ€™s comments in the performance of mahematics teachers*. PNA, 9(4), 295-311, 2015.
[9] Gómez, P. y Rico, L. *Learning within communities of practice in preservice secondary school teachers education*. PNA, 2(1), 17-28, 2007.
[10] Gómez, P. y González, M.J. *Mathematics knowledge for teaching within a functional perspective of preservice teacher training*. Trabajo presentado en ICME 11 Topic Study Group 27, Monterrey, México, 2008.

[11] JAWORSKI, B. *Development of the mathematics teacher educator and its relation to teaching development*. In B. Jaworski and T. Wood (Eds.), The international handbook of mathematics teacher education: The mathematics teacher educator as a developing professional (Vol. 4, pp. 335-361). Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers, 2008.
[12] LLINARES, S. *Aprendizaje del estudiante para profesor de matemáticas y el papel de los nuevos instrumentos de comunicación*. Conferencia en el III encuentro de programas de formación inicial de profesores de matemáticas, Universidad Pedagógica Nacional, Bogotá, Colombia, 2008. Descargado de http://rua.ua.es/dspace/bitstream/10045/5302/1/llinares-bogota08.pdf

[a] Email: marlene.arias027@gmail.com
[b] Email: argeifontes@gmail.com

Caracterización del Significado de Divisibilidad por Maestros en Formación

Encarnación Castro[1a], María C. Cañadas[1b], **Ángel López**[2c]
[1]Universidad de Granada.
[2]Universidad de Carabobo.

Recientemente se han hecho investigaciones que apuntan hacia la teoría de números como una puerta abierta y de fácil acceso a los estudiantes de diferentes niveles educativos para explorar los principios y patrones matemáticos y, en consecuencia, para que los profesores cultiven una comprensión profunda y fundamental de las matemáticas [1], [2], [3], [4], [5], [6], [7], [8], [9], [10], [11], [12], [13]. La mayoría de estas investigaciones se han realizado con maestros en formación y sus autores insisten en la necesidad de continuar indagando sobre teoría elemental de números, por la contribución que puede suponer para la forma de trabajar estas nociones en la formación de maestros y su repercusión posterior en su profesión como docentes. Realizamos este trabajo de investigación motivados por la convicción de que el estudio de los significados que los futuros maestros ponen de manifiesto al realizar tareas de divisibilidad, que han sido diseñadas con el propósito de promover su aprendizaje sobre este tópico desde un contexto relacional, pueden dar luces sobre propuestas o instrucciones que contribuyan en la formación de maestros con conocimientos matemáticos sólidos requeridos para enseñar matemáticas.

Referencias

[1] Bodí, S., Valls, J. y Llinares, S. *La comprensión de la divisibilidad en N. Un análisis implicativo*. En R. Gras, B. Orús y B. Pinaud (Eds.), Nouveaux apports théoriques à lánalyse statistique implicative et applications: 4èmes rencontres internationales dánalyse statistique implicative, (pp. 99-110). Castellón, España: Universitat Jaume I, 2007.
[2] Brown, A., Thomas, K. y Tolias, G. *Conceptions of divisibility: Success and understanding*. En S.R. Campbell y R. Zazkis (eds.), Learning and Teaching Number Theory: Research in Cognition and Instruction, 41-82. Journal of Mathematical Behavior Monograph. Westport, CT: Ablex Publishing, 2002.
[3] Campbell, S. R. *Understanding elementary number theory in relation to arithmetic and algebra*. En R. Zazkis y S. R. Campbell (Eds.), Number theory in mathematics education perspectives and prospects (pp. 19-40). New Jersey, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, 2006.
[4] Feldman, Z. *Describing preservice teachers'developing understanding of elementary number theory topics* (Tesis doctoral). Recuperado de ProQuest. (Orden No. 3529017), 2012.
[5] López, A., Castro, E. y Cañadas, M. C. *Caracterización del significado de múltiplo por maestros en formación*. PNA 10(2), 111-134, 2016.
[6] López, A., Castro, E. y Cañadas M. C. *La divisibilidad como conocimiento matemático-didáctico de los maestros en formación*. En J. Segovia, E. Olmedo y D. Amber (Coords.), Investigación en Ciencias de la Educación (pp. 289-295). Granada, España: EIP, 2015.
[7] López, A. y Cañadas M. C. *Utilización del teorema fundamental de la aritmética por maestros en formación en tareas de divisibilidad*. En L. Rico, M. C. Cañadas, J. Gutiérrez, M. Molina e I. Segovia (Eds.), Investigación en Didáctica de la Matemática. Homenaje a Encarnación Castro (pp. 59-66). Granada, España: Editorial Comares, 2013.
[8] López, A., Castro, E. y Cañadas, M. C. *Utilización de la noción ser múltiplo por maestros de educación primaria en formación*. Épsilon. Revista de educación matemática, 30(85), 9-20, 2013.
[9] López, A., Castro, E. y Cañadas, M. C. *Significados de las relaciones ser múltiplo y ser divisor mostradas por maestros de educación primaria en formación*. En A. Berciano, G. Gutiérrez, A. Estepa y N. Climent (Eds.), Investigación en Educación Matemática XVII (pp. 355-365). Bilbao, España: SEIEM, 2013.
[10] Zazkis, R. y Campbell, S. *Divisibility and multiplicative structure of natural numbers: Preservice teachersâ€™ understanding*. Journal for Research in Mathematics Education, 27(5), 540-563, 1996.

[11] ZAZKIS, R. Y CAMPBELL, S. *Prime decomposition: Understanding uniqueness*. Journal of Mathematical Behavior, 15(2), 207-218, 1996.
[12] ZAZKIS, R. Y CAMPBELL, S. *Number theory in mathematics education research: perspectives and prospects*. En R. Zazkis y S.R. Campbell (Eds), Number theory in mathematics education perspectives and prospects (pp. 1- 17). New Jersey, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, 2006.
[13] ZAZKIS, R., SINCLAIR, N. Y LILJEDAHL, P. *Lesson play in mathematics education: A tool for research and professional development*. Springer: New York, 2013.

[a] Email: `encastro@ugr.es`
[b] Email: `mconsu@ugr.es`
[c] Email: `anlopez@uc.edu.ve`

Enseñanza de la Geometría desde la Complejidad

Reinaldo A. Loero G.[1a]

[1]U.P.T.O.S. "Clodosbaldo Russian" Cumaná Edo. Sucre.

La enseñanza de la matemática siempre se ha desarrollado de una misma forma, la cual ya está en total discontinuidad según contexto actual que vive el estudiante, donde no hay una relación con su vida cotidiana. Por muchos años los docentes aplican este tipo de enseñanza de la matemática y en particular la geometría, haciéndola aburrida y de poco interés para los estudiantes, disminuyendo el nivel de razonamiento de ellos. Actualmente la enseñanza de la geometría a traviesa múltiples complicaciones, donde el docente es partícipe directo de esta situación, no sabiendo que la geometría es la rama de la matemática que fortalece el razonamiento lógico-matemático de los estudiantes. La siguiente investigación se desarrolla con una metodología hermenéutica, con el propósito de relacionar a la complejidad con la enseñanza de la geometría, a fin de mejorarla y relacionarla con el vivir cotidiano del educando, haciendo que el docente sea más participativo, para la construcción de un educando apto para las nuevas perspectivas de una sociedad cambiante, y construya una enseñanza participativa, tomando en cuenta que la geometría es la ciencia donde el estudiante desde su niñez se relacionan y que esta es la aplicación más cercana de la matemática y la cotidianidad.

Palabras Clave: Complejidad, Enseñanza, Geometría.

[a] Email: `loeroreinaldo@gmail.com,rloero@uptos.edu.ve`

Deserción Estudiantil en la Licenciatura de Matemática.

Judith Aular de Duran[1a], Jesus Cendros Guasch[2b]
[1]Universidad Del Zulia.
[2]Universidad Dr. Rafael Belloso Chacin.

Diversos estudios demuestran que las tres causas más determinantes en la deserción de estudiantes universitarios son: problemas vocacionales, situación económica de sus familias, y rendimiento académico. Esta problemática se evidencia más aún en carreras de las llamadas ciencias duras y en particular las que se relacionan con la formación de profesionales en las áreas de matemáticas, física y química. En este trabajo se analizan los indicadores de promedio, eficiencia y eficacia del rendimiento académico estudiantil para una licenciatura en matemáticas. Se incluyen los resultados de un estudio analitico de una muestra sobre las causas que inducen a los estudiantes de la misma a abandonar o cambiar su área de estudio por otra carrera. Los resultados muestran cifras significativas que apuntan a la necesidad de establecer estrategias institucionales para disminuir los niveles de deserción y abandono en este tipo de carreras.

Palabras clave: Enseñanza, matemáticas, deserción estudiantil, rendimiento académico

[a] Email: `jaular@luz.edu.ve`
[b] Email: `jcendros@urbe.edu`

Los medios de percepción directa como estrategia de Interacción social y Evaluativa para la Enseñanza de la Matemática.

Yacelys Isabel Gutiérrez Márquez[1a]

[1]Universidad de Oriente Núcleo De Sucre. Departamento De Currículo Y Administración Educativa. Docente: Didáctica Especial De La Matemática.

Cada día son más los cambios en nuestro país y por lo tanto en nuestra educación, lo que genera mayor exigencia en los docentes para su quehacer educativo; deben permanecer en constante actualización y mejoramiento de sus estrategias, puesto que la praxis cada día se ha vuelto más compleja, los jóvenes ya no se conforman con una enseñanza basada en el libro de textos, la pizarra y el marcador, sobre todo en la asignatura de matemática es necesario hacer uso de medios alternativos que sean más llamativos para el discente, este trabajo es de tipo teórico reflexivo que busca incorporar los medios de percepción directa como estrategias de interacción social y evaluativa en la enseñanza de la matemática. Los medios de percepción le permiten al dicente expresar la matemática tal como la percibe, desde su propia comprensión, solo se requiere de los sentidos de la vista y el tacto. La enseñanza de la matemática debe trascender el aula, salir del libro y de la pizarra, ya que comúnmente se enseña a los estudiantes siguiendo únicamente la definición de conceptos abstractos, característica, explicaciones técnicas y resolución de ejercicios; olvidando la utilidad y alcance de la misma en el entorno social del estudiante. Estos medios de percepción permiten motivar y dirigir la actividad cognoscitiva durante el desarrollo de la clase, tienen la característica de ser manipulables y abren espacio para la creatividad, lo que hace que la enseñanza de la matemática sea libre y significativa para los estudiantes.

Palabras claves: medios de percepción directa, enseñanza, matemática, cotidianidad.

[a] Email: `yacelys_gutierrez@hotmail.com`

Teoría de Facetas: Guía Metateórica y Metodológica para la Elaboración de cuestionarios.

Elizabeth Gandica de Roa[1a]

[1]Universidad Nacional Experimental del Táchira. UNET.

El propósito general de esta exposición, es presentar los principios básicos que orientan el diseño de cuestionarios a partir de la Teoría de Facetas. Se ofrece un enfoque sistemático y confiable, útil para la redacción de las preguntas que formaran parte del cuestionario de investigación. La Teoría de Facetas es una guía metateórica para la investigación científica, cuyo propósito, tal como lo definió Paramo (2008), es la construcción teórica acerca de un dominio cualquiera; de tipo metodológico en la medida en que orienta el proceso de delimitación de un campo de estudio. El punto de partida para la aplicación de la Teoría de Facetas consiste en especificar el área de interés, para luego definir el universo de lo que se pretende explorar, dando lugar a los principales componentes conceptuales del dominio, a lo que se denomina Facetas. La aplicación de la Teoría de Facetas en la construcción de los cuestionarios permite identificar el universo de observaciones, facilita la validación de hipótesis, contribuye a la construcción de escalas de evaluación, prescinde la construcción arbitraria de escalas sin un soporte teórico, evita la construcción de múltiples cuestionarios y permite evaluar conjuntamente las variables o factores identificados como relevantes. Durante la exposición de mostrará una aplicación de la Teoría de Facetas.

Palabras Claves: Teoría, Facetas y cuestionarios

REFERENCIAS

[1] PÁRAMO, P. (2008): "La investigación en ciencias sociales". Universidad Piloto de Colombia. Primera edición. Bogotá D.C

[a] Email: egandica@unet.edu.ve,lizgandi@hotmail.com

El Modelo Pedagógico Flippedclassroom en la Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas.

Angela S.Chikhani C.[1a], Juan Luis Gutierrez[1b]

[1]Universidad Simón Bolívar.

El siguiente trabajo describe el resultado de la investigación realizada en la Universidad Simón Bolv́ar (USB) Sede Litoral (SL), entre los meses enero y diciembre 2015. El prop osito de esta investigación fue develar las expectativas de los estudiantes ante la incorporación de modelo pedagógico Flipped Classroom [1], en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las asignaturas del area matemática. Se concibe un modelo centrado en el alumno, donde se integran las taxonomías de Bloom [2] [3], en el siguiente modelo, en clases: (a) Crear (se dedicará el mayor tiempo); (b) Evaluar; (c) Analizar; y fuera de clases: (d) Aplicar; (e) comprender y (f) recordar.

Se considera como antecedente de este estudio, la investigación publicada por Lluch, Pérez y Sanabria [4], la cual analiza el impacto en los docentes al utilizar el modelo Flip education.

La metodología seguida en esta investigación fue cuantitativa, se realizó una encuesta (12 interrogantes), presencial a los estudiantes tanto de las areas administrativas como industriales de la USB-SL, el cuestionario se estructuró según la técnica de la escala de Likert, para ello se utilizaron las siguientes escalas: 1=nada, 2=poco, 3=regular, 4=bastante y 5=mucho. Como parte del resultado del estudio se obtuvo con relación a la interrogante, ¿Cuál modelo de enseñanza y aprendizaje prefiere, Flipped classroom o tradicional?

Se evidencio que los alumnos prefieren el modelo tradicional (72 porciento, de la población encuestada), con el argumento que el modelo Flipped classroom requiere un mayor esfuerzo de parte de ellos y esto no es posible por el número de materias que inscriben en cada trimestre. Con esta investigación, se espera ayudar a la USB-SL en la selección del modelo educativo adecuado en este contexto donde el auge y la democratización de las tecnologías de información y comunicación digitales (TICD), conducen a reformular los procesos de enseñanza y aprendizaje, así como, analizar la forma conveniente de introducirlas para mejorar la comunicación con los alumnos y favorecer as un aprendizaje significativo.

Referencias

[1] The Flipped classroom. Pagina web. Dispponible en `http://www.theFlippedclassroom.net`

[2] Bloom, B.S. and Krathwohl, D. R. (1956). Taxonomy of Educational Objectives: The Classi cation of Educational Goals, by a committee of college and university examiners. Handbook I: Cognitive Domain. NY, NY: Longmans, Green

[3] Krathwohl, D. R. (2002). A Revision of Blooms Taxxonomy. in Theory into Practice. V 41. nro. 4. Autumn, 2002. Ohio State University.

[4] Lluch, C. J., Pérez, M.J. y Sanabria E. (2014). Experiencia Docentes, Investigación del impacto en un aula de matemáticas usando Flip education. Revistamde Investigación GLE Pensamiento Matemático, volumen IV, Número 2, pp 009-022.

[a] Email: `chikhani@usb.ve`

[b] Email: `jgutierr@usb.ve`

Infoxicación en la construcción de los entornos personales de aprendizaje para matemáticas.

Angela S.Chikhani C.[1a], Juan Luis Gutierrez[1b]

[1]Universidad Simón Bolívar.

La infoxicación es una expresión que acun o Alvin Toér en su libro "Future Shock" en 1970, se refiere a la dificultad que una persona pueda tener para comprender un problema y tomar decisiones, a causa de un exceso de información, ante una gran cantidad de información para analizar, o contradicciones en la información disponible, o no disponer de un método para comparar y procesar diferentes tipos de información.

Este término, introducido por Alfons Cornella en 1996 [1], se refiere a la idea que la sobrecarga de información que recibe un usuario, en especial de Internet en todas sus formas, puede causarle la sensación de no poder abarcarla ni gestionarla y, por tanto, llegar a generarle una gran angustia. Por otra parte, Shirky [2] afirma que no hay demasiada información sino falta de filtros. En este sentido, el trabajo aquí expuesto describe el resultado de la investigación realizada en la Universidad Simón Bolívar (USB) Sede Litoral (SL), entre los meses enero y diciembre 2015, con el propósito de develar el resultado a la interrogante ?'Cómo realizan la gestión de información para la construcción de sus Entornos Personales de Aprendizajes (PLE por sus siglas en inglés), los estudiantes en las asignaturas de matemáticas?

La metodología seguida en esta investigación fue cuantitativa, se realizó una encuesta presencial (10 interrogantes), a los estudiantes tanto de las areas administrativas como industriales de la USB-SL. El cuestionario se estructuró según la técnica de la escala de Likert, para ello se utilizaron las siguientes escalas: 1=nada, 2=poco, 3=regular, 4=bastante y 5=mucho. Como parte de los resultados del estudio se obtuvo:

(a) ?Útiliza Usted los operadores booleanos para realizar la búsqueda? Un 82 por ciento de la población encuestada manifestó nada o poco:

(b) ?Útiliza Usted las opciones de búsqueda avanzada de google? Un 17 por ciento, manifestó bastante o mucho;

?Órganiza los contenidos en Internet (folksonomias[3])? Poco a regular obtuvo un 14 por ciento de la población encuestada. Con esta investigación, se espera ayudar a la USB-SL en la selección del modelo educativo adecuado en este contexto donde el auge y la democratizaci on de las tecnologías de información y comunicación digitales (TICD), conducen a reformular los procesos de enseñanza y aprendizaje, as como, analizar la forma conveniente de introducirlas para mejorar la comunicación con los alumnos y favorecer así un aprendizaje significativo.

Referencias

[1] Cornella, A. (2013). Infoxicación. Página web. Disponible en: `http://alfonscornella.com/thought/infoxicacion/`

[2] Shirky, C. (2012). Excedente cognitivo Creatividad y Generosidad en la era conectada, Ed. Deusto, Barcelona.

[3] Vander,T. W. (2013). On the Top: folcsonomia. Pagina web. Disponible en: `http://www.vanderwal.net/random/category.php?cat=153`

[a] Email: chikhani@usb.ve

[b] Email: jgutierr@usb.ve

Uso del GeoGebra como apoyo en la Formación de conceptos de Oscilaciones y Ondas.

Xiomara Arrieta[12a], Mercedes Delgado[12b], Verónica Navarro[12c]

[1]Facultad de Humanidades y Educación, Universidad del Zulia.

[2]Grupo TEM: Tecnologías en la Educación Matemática. Universidad del Zulia.

El estudio de la matemática y la física en educación universitaria suele caracterizarse por presentar un exagerado énfasis en la resolución de problemas de tipo cuantitativo, en detrimento de la formación de conceptos científicos, lo que conlleva a un déficit de contenidos conceptuales por parte de los estudiantes. En el caso particular de la física, se evidencia confusión de los aprendices en diferentes conceptos, tales como el de oscilaciones y ondas. Por otro lado, muchos docentes suelen trabajar con recursos instruccionales poco novedosos, sin considerar las potencialidades de las TIC, que surgen como un medio clave en pro de un cambio en la cultura educativa, superando el aula como único espacio de formación, y el pizarrón y los textos impresos como materiales didácticos por excelencia. Sin embargo, las herramientas tecnológicas deben ser utilizadas de manera adecuada para asegurar beneficios. La presenta investigación tiene como objetivo describir una secuencia didáctica apoyada con GeoGebra para la formación de conceptos de física, específicamente oscilaciones y ondas. La metodología utilizada es de tipo documental, descriptiva y de carácter monográfico. Se espera que la secuencia didáctica planteada permita a los docentes apoyarse en las tecnologías para facilitar en sus estudiantes la formación de conceptos científicos.

Palabras clave: Secuencia didáctica, GeoGebra, formación de conceptos científicos, oscilaciones y ondas.

[a] Email: `xarrieta2410@yahoo.com`
[b] Email: `merdelgon@yahoo.es`
[c] Email: `veronica.navarro@aprenderenred.com.ve`

Evaluaciíon de las herramientas pedagogicas de los docentes para la enseñanza de la matemáticas a nivel escolar.

Richard Malavé Guzmán[1a], Alejandro Mata[1]

[1] Departamento de Electricidad, Universidad Politecnica Territorial del Oeste de Sucre Clodosbaldo Russián, 6101 Cumaná, Edo. Sucre, Venezuela.

Como aprender matemática ha sido un tema considerado en las investigaciones relacionadas con la enseñanza y aprendizaje de los estudiantes y por ende muchos investigadores están estudiando la problemática que atraviesa la enseñanza de esta ciencia, esto referido por bajo el índice académico en esta área. Actualmente se notar en los estudiantes el desinterés que tienen para aprender matemática. Es de hacer notar, que en este proceso los estudiantes se enfrentan mentalmente a restricciones intrínsecas a la hora de resolver un problema planteado, atacados por el miedo, la equivocación o no ser el centro de burla por no saber resolver los problemas propuesto por el docente. En esta investigación abordamos el tema de la enseñanza de la matemática desde su raíz, es decir, estudiamos la capacidad del docente en las escuela para enseñar esta área y se propone un método didactico alternativo a los docentes para enseñar matemáticas a nivel escolar.

REFERENCIAS

[1] ALCALDE E., *Importancia de los conocimientos matemáticos previos de los estudiantes para el aprendizaje de la didáctica de la matemática en las instituciones de maestro en la Universidad*, Universidad Jaume I. (2010).
[2] BRAVO C., MÁRQUEZ H, Y VILLARROEL F., *Los juegos como estrategias metodológicas para la enseñanza de la geometría, en estudiantes de séptimo grado de educación básica*, Revista digital matemática educación e internet. **13** 2013.
[3] RIVERA J., *Aprendizaje significativo y la evaluación de los aprendizajes*, Revista de investigación educativa, **14** (2004).

[a] Email: `rmalaveg@gmail.com`

La didáctica de la Física y la didáctica de la Matemática: Un noviazgo profundamente transcomplejo.

Milagros Elena Rodríguez[1a]

[1]Universidad de Oriente, Núcleo de Sucre, Departamento de Matemáticas.

Desde la concepción de una didáctica innovadora apropiada a la educación no tradicional y en el concepto de la relación profundamente transdiciplinar de la Matemática con todas las ciencias, especialmente con la Física; y la creación de un conocimiento unificado transcomplejo, más allá de las verdades acabadas unidisciplinarías, se pretende en esta investigación mover afectos y sentires que regresándose a la historia de la Física y de la Matemática entrelazadas se presenten ejemplos de cómo enseñar Matemática con la Física y viceversa. Históricamente Física y Matemáticas se retroalimentan. En el siglo XVII Newton enunció sus famosas leyes, pero también inventó el cálculo infinitesimal, que es la consistencia teórica matemática para resolver los problemas físicos. En este momento las Matemáticas avanzan de la mano de la mecánica cuántica, teoría física que requiere de Matemáticas aun más sofisticadas que el cálculo infinitesimal. Estas realidades pueden ser mostradas de manera armónica, especialmente desde el más sencillo ejemplo para mostrar otros caminos de aprendizaje de las dos grandes ciencias. Se trata también de enriquecer la praxis y formación de los docentes de Matemática y de Física. Es abogar por un proceso educativo vivo que muestre el concierto de fantasías que entrelazan las dos ciencias con la mayor intensidad.

Palabras clave: Didáctica de la Matemática-Didáctica de la Física, concierto de fantasías y conocimiento unificado transcomplejo.

[a] Email: bmelenamate@hotmail.com

Etnomatemáticas empleadas por los indígenas Wayuu en barrio marabino.

Leyda González[1], Saida Guerra[1] , Yaneth Pantaleón[2]
[1] Universidad Pedagógica Experimental Libertador.
[2]Universidad Nacional Experimental Simón Rodríguez

Con la finalidad de realizar un proceso enseñanza aprendizaje en forma contextualizada se desarrolla una investigación en la comunidad Mery Sánchez de Ugas, en el Municipio Maracaibo del Estado Zulia. Una docente y sus estudiantes se conectaron con la comunidad con la finalidad de conocer las formas de medir, contar y localizar empleadas por los indígenas wayuu en sus territorios ancestrales, que son usadas cotidianamente en las labores del hogar y en las actividades comerciales. La investigación se realizó en la modalidad de investigación de campo, del tipo descriptiva y etnográfica. Las actividades se iniciaron a través de un proyecto de aprendizaje denominado "Sembrando en Mery Sánchez de Ugas", basado este en la realización de un huerto escolar. Se requirió conocer las matemáticas empleadas por ancianos y sabios de la comunidad, por lo que se utilizó la técnica de observación y la entrevista en profundidad aplicada a cuatro indígenas, conocedores de su cultura (wayuu), con amplio dominio de su L1 (lengua materna-wayuunaiki) y de la L2 (castellano). Entre los resultados se destacan que las medidas ancestrales se reflejaron en forma gráfica, a través de la construcción de un pozo, las medidas tomadas con mecate (cabuya) manifestando la forma de medir el punto de partida, el ancho, la circunferencia y el radio del pozo. Medidas usadas: la brazada (Un metro-desde el hombro hasta el dedo índice), el wara (80 cms-desde la garganta al dedo índice), y la cuarta tomada con la mano abierta (aproximadamente 25 centímetros), usada en la siembra. También se incorporaron las medidas empleadas por las tejedoras de piezas artesanales del wayuu, principalmente la denominada media usada en forma estándar al elaborar cabuyeras (desde el índice hasta el antebrazo).

Palabras Clave: matemáticas, etnomatemáticas, indígenas wayuu.

Problemas para la vida.

Antonio Di Teodoro[1a], María Fernanda Romero T.[2b]
[1]Escuela de Matemática Universidad de Investigación Experiemntal YACHAY TECH - Ecuador.
[2]Grupo de Investigación en Educación del Colegio Integral El Ávila GIE-CIEA

Cuando analizamos el currículo de cada grado de la educación primaria en Venezuela, podemos observar que la resolución de problemas está presente en cada uno de ellos. Entendemos la necesidad de trabajar el razonamiento dentro de nuestras aulas y aunque está presente en las actividades realizadas cada semana, este sigue siendo una de las competencias menos desarrolladas según las pruebas estandarizadas. Por ello nosotros hemos creado una propuesta para el desarrollo de la competencia de la resolución de problemas de forma que estos trasciendan el currículo y se conviertan en una habilidad que podamos usar en nuestra vida diaria. Esta propuesta está basada en una adaptación de los estilos de aprendizaje según Kolb, los planteamientos de George Polya y José Antonio Fernández Bravo.

Este trabajo de investigación está soportado por GIE-CIEA, el Grupo de Investigación en Educación del Colegio Integral El Ávila Caracas-Venezuela

REFERENCIAS

[1] FERNÁNDEZ BRAVO, J. (2000). T écnicas creativas para la resolución de problemas matemáticos . Barcelona: Cisspraxis.
[2] KOLB, D. (1984). E xperiential learning . Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall.
[3] POLYA, G. (1984). C omo plantear y resolver problemas . Medellín: Trillas.

[a] Email: aditeodoro@yachaytech.edu.ec
[b] Email: gie-ciea@elavila.org

Un enfoque Matemático en la creación de un material didáctico para el Aprendizaje estratégico del Piano.

Vivian Rodriguez[1a]. **Maria Varela**[1b]

[1] Universidad del Zulia.

El estudio del piano plantea dificultades vinculadas a la lectura o decodificación del texto musical. Esta investigación de carácter proyectivo y enfoque holístico, se centra en una propuesta metodológica de carácter meta-cognitivo: un material didáctico sustentado en el carácter estratégico que plantea el método Polgya sobre la comprensión, planificación, ejecución y visión retrospectiva; elementos importantes para la creación del pensamiento estratégico superior y resolución de problemas matemáticos. Se agrega a éste, la perspectiva constructivista de Piaget y Vygosky derivando en el diseño que se titula "Mi cuaderno de Piano", el cual pretende desarrollar estrategias de aprendizaje como la valoración, análisis y organización del material interpretativo pianístico.

REFERENCIAS

[1] VARELA, MARÍA (2015) "Propuesta metodológica para el aprendizaje estratégico en el ejercicio pianístico de la lectura a primera vista"FEDA- LUZ.
[2] LEV VYGOTSKY UCAB (1997) : sus aportes para el siglo XXI. Cuadernos Educación UCAB. Publicaciones UCAB, Número 1. Caracas. Venezuela.
[3] POLGYA,GEORGE (1945) "Cómo plantear y resolver problemas"

[a] Email: `vivianuranga@gmail.com`
[b] Email: `mariavare92@gmail.com`

Algunos trucos y recursos didácticos en Matemáticas recreativas

Jonathan Linares[1a]

[1] Departamento de Medición y Evaluación. Facultad de Humanidades y Educación. ULA.

Marcus Du Sautoy en su documental de la BBC sobre la Historia de la matemática nos comenta que Pierre de Fermat tuvo la brillante idea de usar juegos y diversión para lograr el interés en la matemática y que a diferencia de Descartes, Fermat nunca pensó que organizar un festival de matemática fuera inútil. Por esta razón, residentes y turistas en Beaumount-de-Lomagne al suroccidente de Francia , organizan Jeux mathematiques patrocinados por Le Institut de Recherche pour Lâ€™ Enseignement des Matemathiques.

Según [1], los trucos matemáticos pueden ser una buena herramienta para reforzar la enseñanza de la matemática y estimular su aprendizaje. A su vez, en [3], se comprueba que los trucos matemáticos pueden influir positivamente en la actitud hacia las matemáticas por parte de alumnos y maestros.

Por su parte en [5], se afirma que el juego como estrategia didáctica fortalece el desarrollo potencial, ya que permite realizar actividades por encima del nivel intelectual del sujeto, sin presiones ante un posible fracaso.

Estas justificaciones parecen apuntar a que la matemática recreativa puede actuar como un elemento mediador entre la matemática y la matemática escolar, buscando generar interés hacia la enseñanza y el aprendizaje de la disciplina.

En virtud de lo anterior, se presentan algunos trucos y recursos didácticos en matemáticas recreativas que usaremos como posibles generadores de interés hacia la enseñanza y aprendizaje de la matemática en docentes y estudiantes de 4to y 5to año de diferentes liceos de los municipios Libertador, Santos Márquina y Campo Elías del Estado Mérida.

REFERENCIAS

[1] CADENAS, R. (2012). Actividades matemáticas para el aula. Trabajo de año Sabático, ULA. Mérida-Venezuela.
[2] DE MELO Y SOUZA, J. (S/F). El hombre que calculaba. Grupo Editorial Interarte. Venezuela.
[3] FERNÁNDEZ, R. Y SERRANO, F. (2016). Matemagia y su influencia en la actitud hacia las matemáticas en la escuela rural. NÚMEROS. Revista de Didáctica de las Matemáticas. 89, 33-53. Disponible en `http://www.sinewton.org/numero`
[4] PÉREZ, J. (2004). Magia y encanto de las matemáticas. Publicaciones del Departamento de Matemáticas. ULA.Mérida-Venezuela.
[5] PUIG, A. (1956). Revista Mathematica & Pedagogica. No.10. Bélgica.
[6] VYGOTSKY, L. (1977). Pensamiento y lenguaje. La Pléyade. Buenos Aires-Argentina.

[a] Email: `jonathanl@ula.ve,jonathandejesusl@yahoo.es`

Aportes de la Pedagogía de Paulo Freire en la Enseñanza de la Matemática: Hacia una pedagogía liberadora.

Milagros Elena Rodríguez[1a]

[1]Universidad de Oriente, Núcleo de Sucre, Departamento de Matemáticas.

En la enseñanza de la matemática tradicional se ha dado una relación epistemológica sujeto-objeto entre docente y estudiante. Este hecho está íntimamente relacionado con las políticas educativas y de cómo concibe el docente la matemática y usa la educación como ejercicio de poder. Las instituciones educativas tradicionalmente también han sido objetos de poder opresor, pues se ha impuesto una matemática rígida e inmodificable. En esta investigación teórica reflexiva de tipo documental, desde las ideas de las obras del pedagogo Paulo Freire y la pedagogía liberadora en las aulas, se hacen aportes a la enseñanza de la matemática no tradicional. Se concluye, por ejemplo, que el diálogo freireano es uno de sus principios esenciales, que en este caso posibilita la comunicación y sitúa a los actores del proceso educativo de la matemática en un plano horizontal, en contraposición a la educación autoritaria castradora de la pedagogía tradicional de la matemática. La educación liberadora propone relaciones entre iguales y un diálogo permanente que facilite el aprendizaje tanto del educando como del educador; es allí donde el educador pasa a ser educando y el educando pasa a ser educador. El diálogo facilita una actitud positiva ante el error que se comete al resolver problemas de matemáticas. Existe una tendencia que favorece el aprender del error, el considerarlo un elemento válido en la construcción de conocimiento matemático y de desarrollo personal o autoestima, y a no temer cometerlo, lo cual facilita examinar sus causas.

Palabras clave: educación matemática liberadora, diálogo freireano, educación autoritaria.

[a] Email: `melenamate@hotmail.com`

Aspectos Didácticos en el ajedrez, en relación con la Matemática.

Gerardo Isea[1a], **Jesús M. Varela M**[1b], Antonio Di Teodoro

[1] Universidad del Zulia.

El ajedrez, el afamado juego ciencías, es tomado en esté trabajo como intrumento para resaltar conceptos matemáticos y relaciones matemáticas, desde un punto de vista didáctico, como son: el concepto de número cardinal, número ordinal, número par, número impar, sucesiones aritméticas, sucesiones geométricas, ... y otros, como relaciones de equivalencias, clases de equivalencias, conjuntos cocientes,...

REFERENCIAS

[1] GARCIA L., EDELMIRA. Ajedrez para el desarrollo de la inteligencia, *El juego Ciencias Editores* Vol. **1**, (1996).
[2] ONETO, ANGEL, Números, Anillos y Cuerpos, *Editorial de la Universidad del Zulia (Ediluz)* Vol. **1**, (2001).
[3] VARELA, J., Lógica, Conjuntos y Números Enteros, Trabajo de Ascenso, Maracaibo, 2000.
[4] SUPPES P. Y HILL SH. , ”Introducción a la lógica matemática, EDITORIAL REVERTé, S. A., Barcelona 1982.
[5] LENTIN A. Y RIVAUD J., Algebra Moderna, Ediciones Juan Bravo, Madrid, 1969

[a] Email: `gaisea3@gmail.com`
[b] Email: `jvarela@luz.edu.ve`

Dificultad de la regla de tres simple para estudiantes de Farmacología y Toxicología de la Facultad de Ciencias Veterinarias de la Universidad del Zulia.

Gerardo Isea[1a], Ilsen Rodríguez[2b], Jesús M. Varela M.[1c]

[1]Universidad del Zulia.

[2]Instituto Socialista de la Pesca y Acuicultura. Maracaibo - Venezuela.

Se presenta una estrategia enseñanza - aprendizaje para enfrentar con éxito las deficiencias formativas básicas en matemática, especificamente en el pensamiento proporcional, observado en estudiantes universitarios de Ciencias Veterinarias de la Universidad del Zulia. Un conocimiento fundamental para el Médico Veterinario es saber realizar correctamente la dosificación de medicamentos; aunque desde el punto de vista matemático y su razonamiento, no implica mayor complejidad, la dificultad observada para su aprendizaje por los estudiantes de Farmacología y Toxicología Veterinaria de la Universidad del Zulia se hizo evidente, afectando su desempeño académico. Se decidió intervenir el proceso enseñanza-aprendizaje con nuevas estrategias dirigidas a enfrentar las deficiencias formativas observadas con mayor frecuencia, particularmente el pensamiento matemático proporcional, específicamente en el planteamiento y resolución de la regla de tres simple, necesaria en el ejercicio profesional para la correcta dosificación de medicamentos. Los resultados sugieren que la nueva estrategia para la enseñanza de dosificación de medicamentos es adecuada.

Palabras claves: matemáticas, regla de tres simple, enseñanza, aprendizaje.

Referencias

[1] Gatica-Lara F, Méndez-Ramírez I, Sánchez-Mendiola M, Martínez-González A., Variables asociadas al éxito académico en estudiantes de la Licenciatura en Medicina de la UNAM. Revista de la Facultad de Medicina de la UNAM. 2010; 53(5):9–18.

[2] Novelo F, Herrera S, Díaz J, Salinas H., Temor a las matemáticas: causa y efecto. Revista Iberoamericana de Producción Académica y Gestión Educativa. 2015; Enero-Junio(2):1–15.

[3] Olmedo-Canchola VH, Ariza-Andraca R., Matemáticas en medicina:

[a] Email: `gerardo.isea@fcv.luz.edu.ve`

[b] Email: `ilsenerodriguez@gmail.com`

[c] Email: `jvarela@luz.edu.ve`

El acompañamiento en línea como estrategia para el cambio de la enseñanza de la Matemática.

José Javier Salas González

Las prácticas tradicionales en la enseñanza de la matemática siguen siendo, hoy por hoy, las prácticas más usadas en las aulas de clase. Este hecho sumado a la fuerte inclinación de los estudiantes por el manejo de las Tecnologías de la Información, entre ellas, el uso de las redes sociales y múltiples sitios o aplicaciones web, ha incrementado el abismo entre maestros o profesores y sus discípulos.

Desde la experiencia ucabista podemos afirmar que los cursos y talleres destinados a la actualización docente desarrollados durante el periodo 2007–2010 en el área de matemáticas significaron momentos de adquisición de conocimientos, reflexión de las prácticas y análisis de nuevas propuestas. Sin embargo no alcanzaron el objetivo superior, la incorporación de nuevas y mejores prácticas al ejerciciocotidiano del docente.

Desde el año 2012 la propuesta de actualización docente en enseñanza de la matemática ha incorporado un componente de acompañamiento en línea que ha permitido evidenciar los cambios en la dinámica de clases de los profesionales de la educación durante el desarrollo de los programas de formación. Así pues, durante los programas de actualización ucabistas los responsables de los módulos de formación acompañan el proceso de implementación de nuevas y mejores prácticas en las aulas de clase de los profesores y maestros participantes. Enriqueciendo la construcción colectiva de la didáctica de la matemática a través de los foros, entrega de informes, conversaciones y otras actividades alojadas en la plataforma virtual.

El presente trabajo recoge las experiencias docentes de los profesionales de la educación que formaron parte de la primera cohorte de egresados del programa Diplomado en Enseñanza de la Matemática y muestra como aún después de 2 años de culminado el curso los maestros y profesores hacen patente un cambio en su dinámica de aula. Además se realizó una consulta similar a los profesores de la última cohorte del diplomado para cotejar impresiones. Finalmente se presenta una descripción de los programas de formación diseñados bajo esta modalidad.

REFERENCIAS

[1] ASMAD U., CUGLIEVAN G., CRUZ G., Y MOREANO G. (2008). Concepciones sobre la enseñanza de matemática en docentes de primaria de escuelas estatales, Rev. psicol. (Lima) v.26 n.2.
[2] LÓPEZ C. (2011). Mejores Prácticas en la Enseñanza de las Matemáticas: La integración de las TICs. SCOPEO, El Observatorio de la Formación en Red. Boletín SCOPEO no 34.

Medioambiente y Etnomatematicas Wayuu.

Carlos de Castro[1], Yugeidi González[2] , Magalis Nuñez , Yaneth Pantaleón[2]
[1] Universidad Nacional Experimental Rafael María Baralt.
[2]Universidad Nacional Experimental Simón Rodríguez

Los indígenas wayuu tradicionalmente emplean sus propias formas de medir, contar y pesar, en el comercio, la agricultura, la albañilería, la artesanía y otros; D´Ambrosio (1987) denomina a esta actividad como etnomatemáticas, la cual está influenciada por factores socioculturales y es estudiada por la antropología cultural. En muchas medidas matemáticas y en el uso geométrico se observa que los wayuu toman referentes ambientales. Para precisar estos elementos se desarrolló una investigación documental con el objetivo de "Describir la influencia medioambiental en la etnomatemáticas wayuu". Se empleó la revisión documental y el análisis de contenido en los textos expositivos de las matemáticas ancestral wayuu. Entre los resultados se destacan que en la numeración wayuu, se le coloca el termino chikii a partir del número 20 (piama shikii) (Villalobos, 2008) haciendo referencia a elementos medioambientales como las cabezas de ganados, asimismo la etnogeometría está presente en las artes wayuu especialmente en los kanasü imitando a la naturaleza, referenciando de ella las figuras de las constelaciones, el ojo del pescado, las tripas de la vaca, la vulva de la burra y otras figuras ambientales (Guerra, Finol y González, 2015). En las medidas de la agricultura, artesanía y albañilería se usan la vara/wa´ara, la cabuya y la brazada (en chinchorro y pesca); la frazada por ejemplo equivalía a la medida arrojada por dos burros y medios (Abreu, 2007). Se recomienda el uso de la etnomatemáticas y sus equivalencias para la enseñanza de las matemáticas en primaria contextualizando en los indígenas wayuu sus elementos ancestrales.

Descriptores: etnomatemáticas, matemáticas ancestral, indígenas wayuu, medioambiente.

REFERENCIAS

[1] ABREU A. (2007). Concepciones de la medida de área en los alumnos wayuú en la tercera etapa de educación básica. Trabajo de Grado de Maestría de la Universidad del Zulia.

[2] DÁMBROSIO U. (1987). Reflexiones sobre Ethnomathematicas. International Study Group cn Ethnomathematics Newsletter 3 (1) (September 1987).

[3] GUERRA S. Y JOSÉ LUIS GONZÁLEZ (2015). Representaciones sociales ancestrales en las artes wayuu aplicables en la educación ambiental indígena. Ciclo Nacional de Encuentros de Investigación y postgrado. Maracaibo: Upel.

[4] VILLALOBOS F. (2008). Descripción y comprensión de los contenidos matemáticos del wayuu a través de la etnomatematica en la educación intercultural bilingüe.

Una propiedad multiplicativa de la derivada en funciones de clase $\mathcal{C}^1$.

Tobías Rosas Soto[1a]

[1]Universidad del Zulia.

Este trabajo tiene como finalidad mostrar, al estudiante de Matemática, que es posible hacer investigación matemática con estructuras simples, motivándolo a realizar la misma desde el inicio de sus estudios. También se podría decir que este trabajo busca enseñar al estudiante a hacer investigación. Puntualmente, se presenta una propiedad multiplicativa de la derivada en funciones con determinadas condiciones, es decir, dada una función $f(x)$ de clase $\mathcal{C}^1$ ($f(x) \in \mathcal{C}^1$), con $f(x) \neq \exp(x)$, se prueba que existe una familia de funciones $\mathcal{F}_{f(x)} = \left\{ g(x) \in \mathcal{C}^1 : (f(x)g(x))' = f'(x)g'(x) \right\}$ si y solo si existe solución de la integral $\int \frac{f'(x)}{f'(x)-f(x)}dx$. Además, se muestran ciertas propiedades de dicha familia. Se muestra que $\mathcal{F}_{f(x)}$ es un $\mathbb{R}$-módulo cíclico generado por la función $\exp\left(\int \frac{f'(x)}{f'(x)-f(x)}dx\right)$ y que la función derivación es un automorfismo del $\mathbb{R}$-módulo $\mathcal{F}_{f(x)}$ y del grupo cíclico $G = (\langle \exp(2x) \rangle, +)$, donde "$+$" representa la suma clásica de funciones. Se presentan algunas pecularidades que cumplen ciertas funciones particulares. Se presenta la familia $\mathcal{F}_{f(x)}$ de funciones clásicas $f(x)$ tales como x^n y $ax+b$.

Palabras Claves: Función de clase $\mathcal{C}^1$, Derivada, Integral, Propiedad multiplicativa.

Referencias

[1] I. N. Herstein. *Álgebra Moderna*. Springer-Verlag, New York, USA. ISBN 968-24-3965-5. 1990.
[2] L. Leithold. *El Cálculo con Geometría analítica*. HARLA S. A. de C. V. Mexico, D. C. IBSN 970-613-182-5. 1998.
[3] R. K. Nagle y E. B. Saff. *Fundamentos de ecuaciones diferenciales*. Addison-Wesley Iberoamericana. Wilmington, Delaware, USA. ISBN 0-021-51836-8. 1992.
[4] T. Rosas y W. Pacheco. Orthocentric systems in Minkowski planes. *Beiträge zur Algebra und Geometrie (BZAG)*. **56**, 249-262.
[5] T. Rosas. $\mathcal{C}$-ortocentros y Sistemas $\mathcal{C}$-ortocéntricos en planos de Minkowski. *Aleph subcero, serie de Divulgaciones* **II**, 104-132. 2014.
[6] T. Rosas. Sistemas Ortocntricos en planos de Minkowski y euclidianidad. Tesis Doctoral. Universidad Centroccidental Lisandro Alvarado, Barquisimeto, Venezuela. 2014.
[7] T. W. Hungerford. *Álgebra*. Springer-Verlag. New York, USA. ISBN 3-540-90518-9. 1974.

[a] Email: `trosas@demat-fecluz.org`

Sesión

Funciones de Variación Acotada y Convexa

Desigualdad de Ostrowski para funciones cuya derivada es convexa relativa

Carlos García[1a] y Miguel Vivas.[1b]

[1] Facultad de Ciencias, Universidad Centro-Occidental Lisandro Alvarado, Barquisimeto, Venezuela

En este trabajo encontramos nuevas desigualdades del tipo Ostrowski para funciones cuya derivada es convexa relativa [3]. Estas generalizan los resultados para funciones convexas y s-convexas dados en [1] y [2]

REFERENCIAS

[1] ALOMARI, M, DARUS, M., Otrowski type inequalities for quasi-convex functions with applications to special means, RGMIA Res. Rep. Coll. 13(2), Article No. 3 (2010).
[2] ALOMARI, M, DARUS, M, DRAGOMIR, SS, CERONE, P., Otrowski type inequalities for functions whose derivatives are s-convex in the second sense. Appl. Math. Lett. 23, $1071-1076(2010)$.
[3] MUHAMMAD ASLAM NOOR, KHALIDA INAYAT NOOR AND MUHAMMAD UZAIR AWAN. Generalized Convexity and Integral Inequalities. Applied Mathematics & Information Sciences. No. 1, $233-243(2015)$.

[a] Email: carlos.garcia@ucla.edu.ve
[b] Email: mvivas@ucla.edu.ve

Desigualdades del tipo Féjer-Hermite-Hadamard para funciones relativa fuertemente $h-$ convexas

Miguel Vivas Cortez[1a]

[1] Facultad de Ciencias, Universidad Centro-Occidental Lisandro Alvarado, Venezuela

En este trabajo se presentan los resultados publicados en [1], donde se establecen desigualdades del tipo Féjer-Hermite-Hadamard para funciones relativa fuertemente $h-$convexas .

REFERENCIAS

[1] VIVAS CORTEZ M., Relative strongly h-convex functions and integral Inequalities. Appl. Math. & Inf. Sci. Lett., **4**, 1-7 (2016).

[a] Email: `mvivas@ucla.edu.ve`

Separación por procesos estocásticos h-convexos

Lysis González[1a], Nelson Merentes[1b]

[1] Facultad de Ciencias, Universidad Central de Venezuela, Caracas, Venezuela

El estudio los procesos h-convexos, donde $h : (0,1) \to \mathbb{R}$ fue iniciado como contraparte estocástica de la generalización de las funciones convexas, s-convexas, Godunova-Levin and $P-$funciones dada por S. Varošanec en el artículo [3]. En [1], se establecieron resultados concernientes a las propiedades aritméticas y desigualdades de tipo Jensen y Hermite-Hadamard para procesos h-convexos.

Presentamos una caracterización de los procesos estocásticos que pueden ser separados por un proceso h-convexo y un teorema de estabilidad del tipo Hyers-Ulam obtenido en [2].

REFERENCIAS

[1] D. BARRÁEZ, L. GONZÁLEZ, N. MERENTES, A. MOROS, On h-convex stochastic processes, *Mathematica Aeterna*, Vol. **5**, (2015), 571–581.
[2] L. GONZÁLEZ, NELSON MERENTES, Separation by h-convex stochastic processes, accepted for publication in Mathematica Aeterna, (2015).
[3] S. VAROŠANEC, On $h-$convexity, *J. Math. Appl.*, Vol. 3**26**, (2007), 303–311.

[a] Email: `lysis.gonzalez@gmail.com`
[b] Email: `nmerucv@gmail.com`

El operador de Nemytskii en el espacio de funciones $(p, 2, \alpha)$ φ-variación acotada con respecto a la función peso

Tomás Ereú [1a] y **Wadie Aziz**[2b]

[1] Currently Unemployed

[2] Universidad de Los Andes, Departamento de Física y Matemática, Trujillo-Venezuela

En esta oportunidad consideramos el operador de Nemytskii $\left(Hf\right)(t) = h(t, f(t))$, generado por una función dada h. Mostramos que si H es globalmente Lipschitziana y mapea en el espacio de funciones de $(p, 2, \alpha)$-φvariation acotada (con respecto a la función peso α) dentro del espacio de funciones de $(q, 2, \alpha)$-φvariation acotada (con respecto a la función peso α) con $1 < q < p$, entonces H es de la forma $\left(Hf\right)(t) = A(t)f(t) + B(t)$. Por otra parte, si $1 < p < q$, entonces H es constante. Se han generalizado varios resultados anteriores de este tipo debido a Matkowski-Merentes y Merentes. También, demostramos que si el operador de Nemytskii mapea en espacio de variación acotada con función peso en el sentido de Merentes en otro espacio del mismo tipo, su función generadora es una función afin.

REFERENCIAS

[1] MATKOWSKI, J. AND MIŚ, J., *On a characterization of Lipschitzian operators of substitution in the space $BV[a, b]$*, Math. Nachr. **117** (1984), 155-159.
[2] MATKOWSKI, J. AND MERENTES, N., *Characterization of Globally Lipschitzian Composition in the Banach space $BV_p^2[a, b]$*, Arch. Math. **28**, (1992), 181–186.
[3] MERENTES, N. AND NIKODEM, K., *On Nemytskij operator and set-valued functions of bounded p-variation*, Radowi Math. **8** (1992), 139-145.
[4] MERENTES, N., *On functions of bounded $(p, 2)$–variation*, Collect. Math., **42**, No. 2 (1992), 117–123.
[5] RIESZ, F., *Untersuchugen über systeme integrierbarer funktionen*, Math. Annalen **69** (1910), 449-497.

[a] Email: tomasereu@gmail.com
[b] Email: wadie.aziz@ucr.ac.cr,wadie@ula.ve

Propiedades de conjuntos y funciones (α, β)-Convexas

Teodoro Lara [1a], Nelson Merentes [2b], Zsolt Páles [3c] y **Mayrelly Valera** [4d]

[1] Departamento de Física y Matemáticas, Universidad de los Andes, N. U. Rafael Rangel. Trujillo. Venezuela
[2] Universidad Central de Venezuela. Escuela de Matemáticas. Caracas. Venezuela
[3] Institute of Mathematics, University of Debrecen, H-4010 Debrecen, Pf. 12, Hungary
[4] Universidad Nacional Experimental Rafael María Baralt. Trujillo. Venezuela.

En este trabajo introducimos las definiciones de conjunto (α, β)-convexo y funciones (α, β)-convexas como una generalización de la noción de m-convexidad para ambos, conjuntos y funciones. Establecemos y demostramos propiedades de ambas clases.

REFERENCIAS

[1] S. S. DRAGOMIR, *On some new inequalities of Hermite-Hadamrd type for m-convex functions*, Tamkang J. of Math., **38** (1993), 21–28.
[2] S. S. DRAGOMIR AND G. TOADER, *Some inequalities for m-convex functions*, Studia Univ. Babes-Bolyai, Math., vol.38, , 1 (1981), 42–49.
[3] J. B. HIRIART-URRUTY AND C. LEMARÉCHAL, *Fundamentals of Convex Analysis*, Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg, 2001.
[4] R. HORST AND H. TUY, *Global Optimization: Deterministic Approaches*, 2nd edition, Springer-Verlag, Berlin, (1993).
[5] M. KLARIČIČ, M. E. ÖZDEMIR AND J. PEČARIČ, *Hadamard type inequalities for m-convex and (α, m)-convex functions*, J. of Inequlities in Pure and App. Math., vol. 9 **4** (2008), 1–12.
[6] T. LARA, J. L. SÁNCHEZ AND E. ROSALES. *New Properties of m-Convex Functions*, International Journal of Mathematical Analysis, vol. 9, **15**, (2015) 735 - 742.
[7] N. J. MERENTES D., AND S. T. RIVAS A. *El Desarrollo del Concepto de Función Convexa*, XXVI Escuela Venezolana de Matemáticas, EMALCA. Mérida-Venezuela, (2013).
[8] A. W. ROBERTS, D. E. VARBERG, *Convex Functions*, Academic Press, New York-London, 1973.
[9] H. D. SHERALI. *Convex envelopes of multilinear functions over a unit hipercube and over especial discrete sets*, Acta Mathematica Vietnamita, vol. 22 **1** (1997), 245–270.
[10] G. TOADER. *Some generalizations of the convexity*, Proc. Colloq. Approx. Optim. Cluj-Naploca (Romania) (1984), 329–338.

[a] Email: `tlara@ula.ve`
[b] Email: `nmerucv@gmail.com`
[c] Email: `pales@science.unideb.hu`
[d] Email: `mvalera@unermb.edu.ve`

Space of Functions of Bounded κ, φ-Variation in the sense of Riesz-Korenblum

Wadie Aziz[1a] y Luis A. Azócar[2]

[1] Universidad de Los Andes, Departamento de Física y Matemáticas, Trujillo-Venezuela

[2] Universidad Nacional Abierta, Área de Matemáticas, Caracas-Venezuela.

In this paper we present the space of functions of bounded κ, φ-variation in the sense of Riesz-Korenblum type including weight, denoted by $\kappa RV_{\alpha,\varphi}[a,b]$, which is a combination of the notions of bounded φ-variation in the sense of Riesz and bounded κ-variation in the sense of Korenblum. Moreover, we prove that the space generated by this class of functions is a Banach space with a suitable norm and we prove that the uniformly bounded composition operator satisfies the Matkowski's weak condition.

Referencias

[1] J. Appell and P. P. Zabrejko, *Nonlinear Superposition Operators*, Cambridge University Press, 1990.

[2] W. Aziz , J. A. Guerrero , J. L. Sánchez and M. Sanoja, *Lipschitzian Composition Operator in the space $\kappa BV[a;b]$*, J. of Math. Control Sci. and Appli.(JMCSA) **4**, No.1, 2011, 67–73.

[3] A. Acosta, W. Aziz, J. Matkowski and N. Merentes, *Uniformly Continuous Composition Operator in the Space of φ–Variation Functions in the Sense of Riesz*, Fasci. Math. No. 43, 2010, 5–11.

[4] W. Aziz, A. Azócar, J. A. Guerrero and N. Merentes, *Uniformly continuous composition operators in the space of functions of φ–variation with weight in the sense of Riesz*, Nonlinear Analysis, No. 74, 2011, 573–576

[5] A. Azócar, J. Guerrero, J. Matkowski and N. Merentes, *Uniformly continuous set-valued composition operators in the spaces of functions of bounded variation in the sense Wiener*, Opus. Mathe., **30** No.1, 2010, 53–60.

[6] V. V. Chistyakov, *Lipschitzian superposition operators between spaces of functions of bounded generalized variation with weight*, Journal of Applied Analysis **6**, No. 2, 2000, 173–186.

[7] D. Cyphert and J. A. Kelingos, *The decomposition of functions of bounded $\mathcal{X}$–variation into differentiable of $\mathcal{X}$–decreasing functions*, Studia Math., LXXXI, 1985, 185–195.

[8] T. Ereú, N. Merentes, J. Sánchez and M. Wróbel, *Uniformly continuous composition operators in the space of bounded variation functions in Schramm sense*, Opus. Math., **32** No.2, 2012, 439–447.

[9] J. Guerrero, H. Leiva, J. Matkowski and N. Merentes, *Uniformly continuous composition operators in the space of bounded φ-variation functions*, Nonlinear Analysis, **72**, 2010, 3119–3123.

[10] D. Głazowska, J. Matkowski, N. Merentes and J. Sánchez, *Uniformly bounded composition operators in the Banach space of absolutely continuous functions*, Nonlin. Anal.: The., Meth. & Appli. Vol. **75**, Issue 13, September 2012, 4995–5001.

[11] D. Głazowska, J. Guerrero, J. Matkowski and N. Merentes, *Uniformly bounded composition operators on the Banach space of bounded of Wiener- Young variation function*, Bull. Korean Math. Soc. **50** No. 2, 2013, 675–685.

[12] E. Helly, *Über lineare Funktional operationea*, S.B. Akad. Wiss. Wien. **121**, 1912, 265–297.

[13] C. Jordan, *Sur la Série de Fourier*, C. R. Acad. Sci. Paris **2**, 1881, 228–230.

[14] B. Korenblum, *An extension of the Nevalinna theory*, Acta Math, **135**, 1975, 187–219.

[15] S. Ki Kim and J. Kim, *Functions of $\kappa\phi$-bounded variation*, Bull. Korean Math. Soc. **23**, No.2, 1986, 171–175.

[16] S. Ki Kim and J. Yoon, *Riemman-Stieltjes Integral of Functions of κ-bounded Variation*, Comm. Korean Math. Soc. **5**, No.2, 1990, 65–73.

[17] M. A. Krasnosel'skij and Ya. B. Rutickii, *Convex Functions and Orlicz Spaces*, (translation L. Baron) P. Noordhoff Ltd., Groningen, 1961.

[18] M. KUCZMA, *An Introduction to the Theory of Functional Equations and Inequalities*, Polish Scientific Editors and Silesian University, Warszawa-Kraków-Katowice, 1985.

[19] L. MALIGRANDA, *Orlicz spaces and interpolation*, Seminars in Math. **5**, Univ. of Campinas, IMECC-UNICAMP, Brazil, 1989.

[20] J. MATKWOSKI, *Functional equation and Nemytskii operators*, Funkc. Ekvac. **25**, 1982, 127–132.

[21] J. MATKWOSKI, AND J. MIŚ, *On a characterization of Lipschitzian operators of substitution in the space* $BV[a,b]$, Math. Nachr. **117**, 1984, 155–159.

[22] YU. T. MEDVEDEV, *A generalization of a theorem of F. Riesz*, Uspekhi Mat. Nauk **8**(6), 1953, 115–118.(Russian)

[23] N. MERENTES AND K. NIKODEM, *On Nemytskii operator and set–valued function of bounded p–variation*, Radov. Matem., Vol. 18, 1992, 139–145.

[24] W. A. J. LUXEMBURG, *Banach function spaces*, Thesis. Technische Hogeschool te Delft, The Netherlands. 1955.

[25] J. PARK, *On the functions of bounded* $\kappa\phi$*-variations (I)*, J. Appl. Math. Informatics, 28, 2010, 487-498.

[26] RIESZ, F., *Untersuchugen über systeme integrierbarer funktionen*, Math. Annalen **69**, 1910, 449–497.

[27] sets, Proc. Amer. Math. Soc., **3**, 1952, 165–169.

[28] A. SMAJDOR, AND W. SMAJDOR, *Jensen equation and Nemytskii operator for set–valued functions*, Radovi. Math. **5** 1989, 311–319.

[29] G. ZAWADZKA, *On Lipschitzian operators of substitution in the space of set–valued functions of bounded variation*, Radovi Math. **6**, 1990, 179–193.

[a] Email: `wadie@ula.ve`

Algunas Propiedades del Espacio de las Funciones de $p(\cdot)$-Variación Acotada en el Sentido de Wiener con Exponente Variable

O. Mejía[1a], N. Merentes[1b], J. L. Sánchez[1c]

[1] Departamento de Matemática, Universidad Central de Venezuela, Caracas 1220A-Venezuela

En este trabajo se demuestran algunas propiedades del espacio de $p(\cdot)$-variación acotada en el sentido de Wiener con exponente variable, se demuestra que una función es de $p(\cdot)$-variación acotada en el sentido de Wiener con exponente variable si y solo si es la composición de una función acotada no decreciente y una función Hölderiana de exponente variable $\frac{1}{p(\cdot)}$. Además se demuestra que el operador de composición H, generado por $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, aplica el espacio $WBV_{p(\cdot)}([a,b])$ en sí mismo si y solo si h es localmente Lipschitz. Además, se demuestra que si el operador de composición generado por $h : [a,b] \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ aplica este espacio en si mismo y es uniformemente acotado, entonces la regularización de h es afín en la segunda variable.

REFERENCIAS

[1] J. Appell, J. Banas, N. Merentes, Bounded variation and Around, De Gruyter, Boston, Mass, USA, 2014.
[2] J. Appell, P. P. Zabreĭko, Nonlinear superposition operators, Cambridge Univ. Press, Cambrige, 1990.
[3] R. Castillo, N. Merentes, H. Rafeiro, Bounded variation spaces with p-variable, Maditerr. J. Math. 11 (2014) 1069-1079.
[4] V. V. Chistyakov, O. E. Galkin, On maps of bounded p-variation with $p > 1$, Positivity. 2 (1998) 19-45.
[5] H. Federer, Geometric Measure theory. Heidelberg. Springer-Verlag, 1969.
[6] M. Kuczma, An introduction to the Theory of functional equations and Inequalities, Polish Scientific Editors and Silesian University. Warszawa-Krakow-Katowise, (1885).
[7] J. Matkowski, Uniformly bounded composition operators between general Lipschitz function normed spaces, Top. Math. Nonl. Anal., 38 (2011), 395-405.
[8] N. Merentes and S. Rivas, El Operador de Composición en Espacios de Funciones con Algún Tipo de Variación Acotada, IX Escuela Venezolana de Matemáticas, Facultad de Ciencias-ULA, Mérida-Venezuela, 1996.
[9] J. Musielak, Orlicz Spaces and Modular Spaces, Lecture Notes Math., Vol. 1034, Springer-Verlag, Berlin, 1983.
[10] J. Musielak and W. Orlicz, On modular spaces, Studia Math. 18 (1959), 49-65.
[11] H. Nakano, Modulared Semi-ordered Linear Spaces, Maruzen Co., Ltd., Tokyo, 1950.
[12] H. Nakano, Topology and Topological Linear Spaces, Maruzen Co., Ltd., Tokyo, 1951.
[13] W. Orlicz, Über konjugierte exponentenfolgen, Studia Math. 3 (1931) 200-211.
[14] W. Sierpiński, Sur une propriété des fonctions qui nónt que des discontinuités de première espèce, Bull. Acad. Sci. Roumaine 16 (1933), 1-4.
[15] N. Wiener, The quadratic variation of a function and its Fourier coefficients, J. Math. Phys. MIT 3 (1924) 73-94.

[a] Email: `odalism_18@yahoo.com`
[b] Email: `nmerucv@gmail.com`
[c] Email: `casanay085@hotmail.com`

Teorema del sandwich para funciones recíprocamente convexas

M. Bracamonte[1a], J. Giménez, J. Medina y N. Merentes

[1] UCLA

En este trabajo se introduce una nueva clase de funciones que hemos llamado funciones fuertemente recíprocas convexas, se presentan algunos ejemplos y propiedades. Además se demuestra que si f y g son funciones definidas sobre un intervalo $[a,b]$, satisfacen la desigualdad

$$f\left(\frac{xy}{tx+(1-t)y}\right) \leq tg\left(y\right)+(1-t)g\left(x\right)-ct(1-t)\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{y}\right)^{2},$$

para todo $x, y \in [a,b]$ y todo $t \in [0,1]$ si y sólo si existe una función fuertemente recíproca convexa $h : [a,b] \to \mathbb{R}$ tal que $f\left(x\right) \leq h\left(x\right) \leq g\left(x\right)$ para todo $x \in [a,b]$.

Como consecuencia se obtiene un resultado de aproximación, llamado resultado del tipo Hyers-Ulam para esta nueva clase de funciones. Estos resultados generalizan los resultados de [1].

REFERENCIAS

[1] M. BRACAMONTE, J. GIMÉNEZ, J. MEDINA AND M. VIVAS, A sandwich theorem and stability result of Hyers-Ulam type for harmonically convex functions, enviado para su evaluación y publicación a Bulletin of the Malaysian Mathematical Sciences Society.

[a] Email: `mireyabracamonte@ucla.edu.ve`

Funciones Jensen Fuertemente m-Convexas

Teodoro Lara[1a], Roy Quintero[1b], Edgar Rosales[1c], josé L. Sánchez[2d]
[1] Universidad de Los Andes. Trujillo. Venezuela
[2] Universidad Central de Venezuela. Caracas. Venezuela

En este trabajo introducimos el concepto de función Jensen fuertemente m-convexa basado en los conceptos de funciones m- convexas, funciones jensen m- convexas y funciones fuertemente m-convexas. Mostramos ejemplos y propiedades de este tipo de funciones así como su relación con otros tipo de convexidad. Igualmente mostramos algunas desigualdades envolviendo esta clase de funciones.

REFERENCIAS

[1] A. Azócar, J. Giménez, K. Nikodem and J. L. Sánchez, *On strongly midconvex functions*, Opuscula Mathematica. vol. 31, **1** (2011), 15–26.
[2] S. S. Dragomir, *On Some New inequalities of Hermite-Hadamrd Type for m-Convex Functions*, Tamkang J. of Math., vol. 33, **1** (2002), 45–55.
[3] S. S. Dragomir and Gh. Toader, *Some Inequalities for m-Convex Functions*, Studia Univ. Babes-Bolyai, Math., vol.38, **1**, (1993), 21–28.
[4] T. Lara, N. Merentes, R. Quintero and E. Rosales, *On strongly m-convex functions*, Mathematica Aeterna, vol. (2015).
[5] T. Lara, R. Quintero, E. Rosales and J. L. Sáncez, *On a generalization of the class of Jensen convex functions*, Aequationes Math. vol. (2015).
[6] N. Merentes and K. Nikodem, *Remarks on strongly convex functions*, Aequationes Math. vol. 80 (2010), 193–199.
[7] K. Nikodem and Zs. Páles, *Characterizations of inner product spaces by strongly convex functions*, Banach J. Math. Anal. 5 (2011) 1, 83–87.

[a] Email: `tlara@ula.ve`
[b] Email: `rquinter@ula.ve`
[c] Email: `edgarr@ula.ve`
[d] Email: `casanay085@hotmail.com`

La Ecuación Integral de Hammerstein y el Espacio de las funciones de Φ-variación Schramm

W. Aziz [1a], **J. A. Guerrero**[2b], N. Merentes[3c]

[1] Universidad de Los Andes, Departamento de Física y Matemática, Trujillo-Venezuela
[2] Universidad Nacional Experimental del Táchira, Departamento de Matemática y Física
[3] Universidad Central de Venezuela, Escuela de Matemáticas, Caracas-Venezuela

En esta charla presentamos la ecuación integral de Hammerstein

$$u(x) = v(x) + \lambda \int_I K(x,y) f(u(y)) dy, \tag{3}$$

con $I = [0, b]$, $\lambda \in \mathbb{R}$, $K : I \times I \longrightarrow \mathbb{R}$ y $f : I \times \mathbb{R}$ funciones apropiadas.

Se dan condiciones para la existencia y unicidad de soluciones de (3) en el espacio de las funciones reales una variable real que tienen Φ-variación acotada en el sentido de Schramm.

REFERENCIAS

[1] J. APPELL AND CHUR-JEN CHEN, *How to solve Hammerstein equations*, J. Int. Equ. & App. Volume 18, Number 3, Fall 2006, 287-296.

[2] W. AZIZ, H. LEIVA AND N. MERENTES, *Solutions of Hammerstein equations in the space $BV(I_a^b)$*, Quaestiones Mathematicae

[3] K. NIKODEM, Strongly convex functions and related classes of functions. In Th. M. Rassias (Ed.) Handbook of functional equations. Funtional inequalities, Springer Optimizations and its applications, vol. 95, 2015, 365-405.

[4] J. BANAŚ, *Integrable solutions of Hammerstein and Urysohn integral equations*, J. Austral. Math. Soc. **46** (1989), 61-68.

[5] D. BUGAJEWSKA, D. BUGAJEWSKI, AND H. HUDZIK, *On BV_ϕ-Solutions of some Nonlinear Integral Equations.* J. Math. Ana and Appl., 287 (2003) 265-278.

[a] Email: `wadie@ula.ve`
[b] Email: `jaguerrero4@gmail.com`
[c] Email: `nmer@ciens.ucv.ve`

Funciones de Variación Acotada Waterman-Shiba con Exponente Variable

José Giménez[1a], Odalis Mejia[1b], Nelson Merentes[2c], **Luz Rodríguez**[3d]

[1] ULA
[2] UCV
[3] UCLA

En 1972, D. Waterman [2] introduce la clase $\Lambda BV([a,b])$ de funciones de Λ-variación acotada y en 1980, M. Shiba [1] generaliza esta noción e introduce la clase, $\Lambda_p BV([a,b])$ $(1 \leq p < \infty)$, de todas las funciones $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ con Λ_p-variación acotada sobre $[a,b]$.
En este trabajo introducimos la noción de funciones de variación acotada en el sentido de Waterman-Shiba con exponente variable en un intervalo $[a,b]$ y estudiamos algunas de sus propiedades básicas. Además, demostramos que el conjunto de estas funciones dotado con una norma es un espacio de Banach. Finalmente exhibimos una subclase de funciones compuestas que pertenecen a dicho espacio.

Referencias

[1] M. Shiba, *On the absolute convergence of Fourier series of functions class ΛBV^p*. Sci. Rep. Fukushima Univ. No 30, pp 7-10 (1980).
[2] D. Waterman, *On the convergence of Fourier series of functions of bounded variation*. Studia Math. No 44, pp 107-117 (1972).

[a] Email: `jgimenez@ula.ve`
[b] Email: `odalism_18@yahoo.com`
[c] Email: `nmerucv@gmail.com`
[d] Email: `lrodriguez@ucla.edu.ve`

Funciones convexas generalizadas sobre conjuntos fractales

Rainier V. Sánchez C.[1a]

[1] Universidad Politécnica Territorial del Oeste de Sucre Clodosbaldo Russian

La teoría de los conjuntos fractales fué introducida recientemente por X. J. Yang [4] y el concepto de funciones convexas generalizadas sobre conjuntos fractales es dado por Huixia Mo y otros en 2014 [2]. En este trabajo se estudian las principales propiedades algebraicas de las funciones convexas generalizadas sobre los conjuntos fractales y algunas desigualdades relacionadas con este tipo de funciones sobre conjuntos fractales.

REFERENCIAS

[1] A. BABAKHANI AND V. DAFTARDAR-GEJJI, *On calculus of local fractional derivatives*, Journal of Mathematical Analysis and applications, vol.270, no 1, pp 66-79, 2002.
[2] M. HUIXIA, S. XIN, AND Y. DONGYAN, *Generalized convex functions on fractal sets and two related inequalities*, Abstract and Applied Analysis, vol.2014, Article ID 636751, 7 pages, 2014.
[3] P. R. BEESACK AND J. PECARIĆ, *On Jensen's inequality for convex functions*, Journal of Mathematical Analysis and application, vol.110, pp 536-552, 1985.
[4] X. J. YANG., *Advanced Local Fractional Calculus and Its Applications*, World Science, New York, NY, USA, 2012.

[a] Email: rainiersan76@gmail.com

Funciones Relativamente convexas

Elkys Figueroa[1a]

[1] Universidad de Oriente, Núcleo de Sucre, Escuela de Matemáticas

Sea K_g un subconjunto de H. El conjunto K_g es relativamente convexo con respecto a una función arbitraria $g : H \longrightarrow H$ si se verifica que $(1-t)u + tg(v) \in K_g$, para cualesquiera u y v en H, $u, g(v) \in K_g$ y $t \in [0,1]$, [2]. Una función $f : K_g \longrightarrow H$ es relativamente convexa, si existe una función arbitraria $g : H \longrightarrow H$ tal que $f((1-t)u + tg(v)) \leq (1-t)f(u) + tf(g(v))$, para cualesquiera u y v en H, $u, g(v) \in K_g$ y $t \in [0,1]$, [2]. En este trabajo se estudian las principales propiedades algebraicas de las funciones relativamente convexas y algunas desigualdades de que involucran a este tipo de funciones.

REFERENCIAS

[1] C. NICULESCU AND L. E. PERSSON, *Convex functions and their applications*, CMS BOOK IN MATHEMATICS, SPRINGER, 2006

[2] M. A. NOOR, K. I: NOOR AND M. U. AWAN, *Generalized Convexity and Integral Inequalities*, Appl. Math. Inf. Sci. 9, No 1, 233-243, 2015.

[3] M. A. NOOR, *Extended general variational inequalities*, Appl. Math. Lett. 22, 182-186, 2009.

[a] Email: elkysjose@gmail.com

El operador de composición uniformemente acotada en el espacio de las funciones de κ-Variación acotada

M. Castillo[1a], **María Sanoja**[1b], I. Zea[1c]

[1] Universidad Central de Venezuela, Caracas-Venezuela

Se presenta el espacio de las funciones de κ-variación acotada en el sentido de Riesz-Korenblum ($\kappa BV_p[a,b]$), el cual es una combinación de la noción de p-variación acotada en el sentido de Riesz ($1 < p < \infty$) y κ-variación en el sentido de Korenblum. Se demuestra que, si el operador de composición es uniformemente acotado, éste satisface la condición débil de Matkowski para dicho espacio de funciones.

REFERENCIAS

[1] D. CYPHERT AND J. KELINGOS. The decomposition of functions of bounded χ-variation into difference of χ-decreasing functions. *Studia Math*, LXXXI (1985), 185-195.
[2] B. KORENBLUM. An extension of the Nevalinna theory. *Acta Math*, 135 (1975), 187-219.
[3] N. MERENTES AND S. RIVAS. On characterization of the Lipschitzian composition operator between spaces of functions of bounded p-variation. *Czechoslovak Mathematical Journal*, 45 (1995), 120.
[4] S. KI KIM AND J. YOON. Riemman-Stieltjes Integral of Functions of κ-bounded Variation. *Comm. Korean Math. Soc.* Vol. **5**, (1990), No.2, 65-73.

[a] Email: `mariela.castillo@ciens.ucv.ve`
[b] Email: `sanoja_maria@hotmail.com`
[c] Email: `zeaivan@gmail.com`

Espacio de Variación Acotada con $p(\cdot)$-Variable

R. Castillo[1a], **N. Merentes**[2b], H. Rafeiro[3c]

[1] Departamento de Matemáticas, Universidad Nacional de Colombia, Cra 45 No 26-85 Ed. Uriel Gutierréz, Bogotá, Colombia
[2] Departamento de Matemática, Universidad Central de Venezuela, Caracas 1220A-Venezuela
[3] Departamento de Matemáticas, Pontificia Universidad Javeriana, Cra 7a No 43-82 Ed. Carlos Ortiz 604, Bogotá, Colombia

En este trabajo se introduce el espacio de variación acotada en el sentido de Wiener con $p(\cdot)$-variable, denotado por $BV_{p(\cdot)}[a,b]$, se estudian algunas propiedades básicas del espacio, se demuestra un resultado del tipo principio de selección de Helly en $BV_{p(\cdot)}[a,b]$ y se define la función absolutamente p-continua en el contexto de espacios variables.

REFERENCIAS

[1] L. DIENING, P. HARJULEHTO, P. HÄSTÖ, M. RUŽIČKA, Lebesgue and sobolev spaces with variable exponents. In: Lecture Notes in Mathematics, vol. 2017, pp. x-509. Springer, Heidelberg (2011).
[1] X. FAN, Variable exponent Morrey and Campanato spaces. Nonlinear Anal. 72, 4148-4161 (2010)
[2] P. HARJULEHTO, P. HÄSTÖ, Ú.V. LÊ, M. NUORTIO, Overview of differential equations with non-standard growth. Nonlinear Anal. 72(12), 4551-4574 (2010).
[3] C. JORDAN, Sur la sÂ´erie de Fourier. C. R. Acad. Sci. Paris 2, 228-230 (1881).
[4] E. R. LOVE, A generalization of absolute continuity. J. London Math. Soc. 26, 1-13 (1951).
[5] E. R. LOVE, L. C. YOUNG, Sur une classe de fonctionnelles linéaires. Fundam. Math. 28, 243-257 (1936).
[6] J. MUSIELAK, Orlicz spaces and modular spaces. In: Lecture Notes in Mathematics, vol. 1034, pp. iii-222. Springer, Berlin (1983).
[7] J. MUSIELAK, W. ORLICZ, On generalized variation (I). Studia Math. 28, 11-41 (1959).
[8] J. MUSIELAK, W. ORLICZ, On modular spaces. Studia Math. 18, 49-65 (1959).
[9] H. NAKANO, Modulared Semi-Ordered Linear Spaces, pp. i-288. Maruzen Co. Ltd., Tokyo (1950).
[10] H. RAFEIRO, S. Samko, Variable exponent Campanato spaces. J. Math. Sci. 172(1), 143-164 (2011).
[11] N. WIENER, The quadratic variation of a function and its Fourier coefficients. Mass J. Math. 3, 72-94 (1924).

[a] Email: `recastillo@unal.edu.co`
[b] Email: `nmerucv@gmail.com`
[c] Email: `hrafeiro@gmail.com`

Teorema de Darbo y medida de no compacidad de Kuratowski

Luis Antonio Azócar Bates[1a]

[1] Universidad Nacional Abierta, Caracas-Venezuela

Se revisita el concepto de medida de no compacidad de Kuratowski, se discuten y demuestran algunas propiedades relativas a la misma y se presentan algunas aplicaciones del teorema de Darbo.

REFERENCIAS

[1] R.R. AKMEROV, M.I. KAMENSKI, A.S. POTAPOV, A.E. RODKINA, B.N. SADOVSKII. Measures of Noncompactness and Condensing Operators. *Birkhauser Verlag, Basel* (1992).
[2] J. BANAS, AND K. GOEBEL. Measures of Non-Compactness in Banach Spaces. *Marcel Dekker Inc. New York and Besel* (1980).
[3] G. DARBO. Punti uniti in trasformazioni a codominio non compatto. *Rend. Sem. Mat. Univ. Padova* Vol. **24**, (1955) 84–92.
[4] K. KURATOWSKI. Sur les espaces complets. *Fund. Math.* Vol. **15**, 3 (1981) 277–286.

[a] Email: `azocar@yahoo.com`

Sobre funciones Jensen m-convexas

Roy Quintero[1a]

[1] ULA-Trujillo

En esta comunicación oral se presentan algunos resultados interesantes sobre la clase de funciones Jensen m-convexas introducida por Toader en 2009. Estas funciones generalizan en cierto sentido las llamadas funciones midconvexas que aparecen en los trabajos seminales del mismo Jensen publicados en 1906.
La clase de funciones Jensen m-convexas incluye la bien conocida clase de funciones m-convexas y genera un nuevo tipo de convexidad funcional que es estudiada en términos de su comportamiento con respecto a algunas operaciones algebraicas y analíticas básicas. En particular, se prueba que cualquier función estrellada (starshaped) y midconvexa es Jensen m-convexa. También se comprueba que las clases de funciones Jensen m_1-convexas y Jensen m_2-convexas ($m_1 \neq m_2$) son diferentes. Todas las técnicas utilizadas pertenecen al cálculo tradicional y los valores alfanuméricos obtenidos fueron realizados con Mathematica 8.0.0 y revalidados con Maple 15 así como las figuras incluidas

REFERENCIAS

[1] J. L. W. V. JENSEN. Sur les fonctions convexes et les inegalites entre les valeurs moyennes *Acta Math.*, 30, (1906), 175–193.

[2] T. LARA, R. QUINTERO, E. ROSALES AND J. L. SÁNCHEZ. On a generalization of the class of Jensen convex functions. Submitted to and accepted by *Aequationes Mathematicae*.

[3] G. TOADER. The hierarchy of convexity and some classic inequalities. *J. Math. Inequ.*, 3, 3, (2009) 305–313.

[a] Email: `rquinter@ula.ve`

Sobre convexidad aproximada de funciones Sub-Homogéneas

Teodoro Lara[1a], Roy Quintero[1b], **Edgar Rosales**[1c]

[1] Departamento de Física y Matemáticas, Universidad de los Andes, Núcleo “Rafael Rangel”. Trujillo. Venezuela,

Introducimos los conceptos de Jensen m-convexidad aproximada y Wright m-convexidad aproximada para funciones reales definidas en los números reales no negativos. Probamos algunos resultados del tipo Bernstein-Doetsch para estos tipos de funciones cuando además son sub-homogéneas.

REFERENCIAS

[1] P. BURAI AND Á. SZÁZ, *Relationships between homogeneity, subadditivity and convexity properties*, Univ. Beograd. Publ. Elektrotehn. Fak., Ser Mat. **16**, (2005), 77-87.

[2] A. HÁZY AND Z. PÁLES, *On approximately midconvex functions*. Bull. London Math. Soc. **36**, (2004), 339-350.

[3] M. KUCZMA, *An Introduction to the Theory of Functional Equations and Inequalities, Cauchy's Equation and Jensen's Inequality*. Second edition. Birkhäuser Verlag AG, 2009.

[4] T. LARA, E. ROSALES AND J. L. SÁNCHEZ, *New properties of m-convex functions*, International Journal of Mathematical Analysis. Vol. 9, **15**, (2015), 735–742.

[5] C.T. NG AND K. NIKODEM, *On approximately convex functions*, American Mathematical Society. Vol. 118, **1**, (1993), 103-108.

[6]A. W. ROBERTS AND D. E. VARBERG, *Convex Functions*. Academic Pres. New York. 1973.

[a] Email: `tlara@ula.ve`
[b] Email: `rquinter@ula.ve`
[c] Email: `edgarr@ula.ve`

El espacio de $p(\cdot)$-variación acotada en el sentido de Korenblum-Wiener con exponente variable

O. Mejía[1a], N. Merentes[1b], J. L. Sánchez[1c], **M. Valera-López**[1d]

[1] Escuela de Matemática, Universidad Central de Venezuela, Caracas 1220A-Venezuela

En este trabajo se demuestran algunas propiedades del espacio de $p(\cdot)$-variación acotada en el sentido de Wiener-Korenblum con exponente variable. Se prueban que el operador de composición H, asociado con $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, aplica el espacio $\kappa BV^{W}_{p(\cdot)}([a,b])$ en sí mismo, si y sólo si h es localmente Lipschitz. Además, se demuestra que si el operador de composición generado por $h : [a,b] \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ aplica este espacio en si mismo y es uniformemente acotado, entonces la regularización de h es afín en la segunda variable, es decir, satisface la condición débil de Matkowski's.

Referencias

[1] J. Appell, J. Banas, N. Merentes, Bounded variation and Around, De Gruyter, Boston, Mass, USA, 2014.
[2] M. Castillo, M. Sanoja, I. Zea, The Space Functions of Bounded κ-Variation in the sense of Riesz-Korenblum, Journal of Mathematical Control Science and Applications (JMCSA), (2012), 1-16.
[3] R. Castillo, N. Merentes, H. Rafeiro, Bounded variation spaces with p-variable, Maditerr. J. Math. 11 (2014) 1069-1079.
[4] V. V. Chistyakov, O. E. Galkin, On maps of bounded p-variation with $p > 1$, Positivity. 2 (1998) 19-45.
[5] H. Federer, Geometric Measure theory. Heidelberg. Springer-Verlag, 1969.
[6] B. Korenblum, An extension of the Nevalinna theory, Acta Math., 135, (1975), 187-219.
[7] M. Kuczma, An introduction to the Theory of functional equations and Inequalities, Polish Scientific Editors and Silesian University. Warszawa-Krakow-Katowise, (1885).
[8] Z. Jesús, O. Mejia, N. Merentes, S. Rivas, The composition Operator and the Space of the Functions of Bounded Variation in Schramm-Korenblum's sense, Journal of Functional Spaces and Applications, 2013, (2013), 1-13.
[9] J. Matkowski, Uniformly bounded composition operators between general Lipschitz function normed spaces, Top. Math. Nonl. Anal., 38 (2011), 395-405.
[10] N. Merentes and S. Rivas, El Operador de Composición en Espacios de Funciones con Algún Tipo de Variación Acotada, IX Escuela Venezolana de Matemáticas, Facultad de Ciencias-ULA, Mérida-Venezuela, 1996.
[11] J. Musielak, Orlicz Spaces and Modular Spaces, Lecture Notes Math., Vol. 1034, Springer-Verlag, Berlin, 1983.
[12] J. Musielak and W. Orlicz, On modular spaces, Studia Math. 18 (1959), 49-65.
[13] W. Orlicz, Über konjugierte exponentenfolgen, Studia Math. 3 (1931) 200-211.
[14] W. Sierpiński, Sur une propriété des fonctions qui nónt que des discontinuités de première espèce, Bull. Acad. Sci. Roumaine 16 (1933), 1-4.
[15] N. Wiener, The quadratic variation of a function and its Fourier coefficients, J. Math. Phys. MIT 3 (1924) 73-94.

[a] Email: `odalism_18@yahoo.com`
[b] Email: `nmerucv@gmail.com`
[c] Email: `casanay085@hotmail.com`
[d] Email: `maira.valera@ciens.ucv.ve`

Nuevas Propiedades de las Funciones *m*-Convexas

T. Lara[2], E. Rosales[2], **J. L. Sánchez**[1a]
[1] Departamento de Física y Matemática, Universidad de los Andes, N. U. Rafael Rangel, Trujillo, Venezuela,
[2] Departamento de Matemática, Universidad Central de Venezuela, Caracas 1220A-Venezuela

En este trabajo se presentan algunas propiedades de las funciones m-convexas, algebráicas, desigualdades del tipo Fejér, un Teorema del tipo sandwich y un resultado de estabilidad de Hyers-Ulam.

REFERENCIAS

[1] K. Baron and J. Matkowski and K. Nikodem, Sandwich with convexity, Math. Pannonica vol.5, 1 (1994), 139-144.
[2] D. H. Hyers and S. M. Ulam, Approximately convex functions, Proc. Amer. Math. Soc. 3, (1952), 821-828. http://dx.doi.org/10.1090/s0002-9939-1952-0049962-5.
[3] S. S. Dragomir, On Some New inequalities of Hermite-Hadamrd Type for m-Convex Functions, Tamkang J. of Math., vol. 33, 1 (2002), 45-55.
[4] S. S. Dragomir and G. H. Toader, Some Inequalities for m-Convex Functions, Studia Univ. Babes-Bolyai, Math., vol.38, 1, (1993), 21-28.
[5] N. Minculete and F. C. Mitroi, Fejér Type Inequalities, arXiv: 1 105.5778v2, 1 (2011) 1-9.
[6] A. W. Roberts and D. E. Varberg, Convex Functions. Academic Pres. NY. 1973.
[7] G. H. Toader, Some generalizations of the Convexity, Proc. Colloq. Approx. Optim. Cluj-Naploca (Romania) (1984), 329-338.

[a] Email: `casanay085@hotmail.com`

Algunas Estimaciones de las Desigualdades del tipo Simpson a través de Procesos Estocásticos s-Convexos y cuasi-Convexos

J. Materano[1a], N. Merentes[1b], M. Valera-López[1c]

[1] Departamento de Matemática, Universidad Central de Venezuela, Caracas 1220A-Venezuela

En este trabajo se presentan varias desigualdades del tipo Simpson para obtener explícitamente error de acotación en la regla de Simpson, por medias de Kernel tipo Peano, resultados de la teoría moderna de desigualdades y desigualdades de punto medio. El enfoque se presenta usando procesos estocásticos s-convexos y cuasi-convexos en términos de la segunda derivada para el primer tiempo.

Referencias

[1] M. Alomari, M. Darus, S. S. Dragomir, *New inequalities of Simpson's type for s-convex functions with applications*, RGMIA Res. Rep. Coll. **12** (4) (2009) Article 9. Online http://ajmaa.org/RGMIA/v12n4.php.
[2] M. Alomari, M. Darus, *On Some inequalities Simpson-type via quasi-convex functions with applications*, Tran. J. Math. Mech., **2**, (2010), pp. 15-24.
[3] M. Alomari, S. Hussain, *Two inequalities of Simpson type for quasi-convex*, Applied Mathematics E-Notes, **11**, (2011), pp. 110-117.
[4] S. S. Dragomir, *On Simpson's quadrature formula for differentiable mappings whose derivative belong to L_p spaces and applications*, J. KSIAM, **2**, 1998, pp. 57-65.
[5] S. S. Dragomir, *On Simpson's quadrature formula for Lipschitzian mappings and applications*, Soochow J. of Mathematics, **25**, 1999, pp. 175-180.
[6] U. S. Kirmaci, *Inequalities for differentiable mappings and applications to special means of real numbers to midpoint formula*, Applied Mathematics and Computation, **147**, (2004) 137 - 146.
[7] D. Kotrys, *Hermite-Hadamard inequality for convex stochastic processes*, Aequationes Math., **83**, (2011) 143 - 151.
[8] S. Maden, M. Tomar and E. Set, *Hermite-Hadamard type inequalities for s-convex stochastic processes in the first sense*, Pure and Applied Mathematics Letters, (2015), pp. 1-7.
[9] K. Nikodem, *On convex stochastic processes*, Aequationes Math., **20**, (1980), 184 -197.
[10] K. Nikodem, *On quadratic stochastic processes*, Aequationes Math., **21**, (1980) 192 -199.
[11] M. S. Sarikaya, E. Set and M. E. Ozdemir,*On new inequalities of Simpson's type for s-convex functions*, Computers and Mathematics with Applications, **60**, (2010), pp. 2191-2199.
[12] N. Ujević,*Two sharp inequalities of Simpson type and applications*. Georgian Math. J., **1** (11), (2004), pp. 187-194.
[13] N. Ujević,*A generalization of the modified Simpson's rule and error bounds*. ANZIAM J., **47**, (2005), pp. E1-E13.
[14] N. Ujević,*New error bounds for the Simpson's quadrature rule and applications*. Comp. Math. Appl., **53**, (2007), pp. 64-72.

[a] Email: `materanojesus@gmail.com`
[b] Email: `nmerucv@gmail.com`
[c] Email: `avalera7@gmail.com`

Desigualdades del tipo Hermite-Hadamard para funciones fuertemente φ-convexas en coordenadas.

Jose Gimenez[1a], **Emily Quintero**[1b]

[1] Universidad de los Andes

En esta ponencia, introduciremos la noción de funciones fuertemente φ-convexas en coordenadas con módulo $c > 0$. Sea $(X, \|\cdot\|)$ un espacio normado en $\mathbb{R}^2$, $D = D_1 \times D_2$ un subconjunto convexo de X y $\varphi_1 : D_1 \longrightarrow D_1$, $\varphi_2 : D_2 \longrightarrow D_2$, funciones. Una función $f : D \longrightarrow \mathbb{R}$ será llamada fuertemente φ-convexa en coordenadas con módulo c, si para todo $t, s \in [0,1]$ y $(x,u), (x,v), (y,u), (y,v) \in D$ se cumple que

$$f(t\varphi_1(x) + (1-t)\varphi_1(y), s\varphi_2(u) + (1-s)\varphi_2(v)) \leq tsf(\varphi_1(x), \varphi_2(u))$$
$$+t(1-s)f(\varphi_1(x), \varphi_2(v)) + s(1-t)f(\varphi_1(y), \varphi_2(u)) + (1-t)(1-s)f(\varphi_1(y), \varphi_2(v))$$
$$-cts(1-t)(1-s)\|(\varphi_1(x), \varphi_2(u)) - (\varphi_1(y), \varphi_2(v))\|^2.$$

Para esta definición, se presentan tres desigualdades de tipo Hermite-Hadamard.

REFERENCIAS

[1] G. CRISTESCU, Hadamard type inequalities for φ-convex functions, Annals of the University of Oradea, Fascicle of Management and Technological Engineering, C-Rom Edition, III (XIII), 2004.
[2] S.S. DRAGOMIR AND C.E.M. PEARCE, Selected Topics on Hermite-Hadamard Inequalities and Appications, RGMIA Monographs, Victoria University, 2000.
[3] R. TYRRELL ROCKAFELLAR, Convex Analysis, Princeton University Press, Second Edition, 1972.
[4] MEHMET ZEKI SARIKAYA, On Hermite Hadamard-Type Inequalities for Strongly φ-Convex Functions, 2012.
[5] ERHAN SET, MEHMET ZEKI SARIKAYA AND AHMET OCAK AKDEMIR, Hadamard type inequalities for φ-convex functions on the co-ordinates, 2015.
[6] NELSON J. MERENTES D. Y SERGIO T. RIVAS A., El Desarrollo del Concepto de Función Convexa, XXVI Escuela Venezolana de Matemáticas EMALCA, Mérida-Venezuela, 2013.
[7] A. WAYNE ROBERTS AND DALE E. VARBERG, Convex Functions, ACADEMIC PRESS New York and London, 1973.

[a] Email: `jgimenez@ula.ve`
[b] Email: `qemily@ula.ve`

Sesión

Lógica Matemática

Sobre el Cardinal Asociado al Teorema de Hindman.

Jesús E. Nieto[1a]

[1]Universidad Simón Bolívar.

Los *cardinales característicos del continuo* se utilizan para estudiar escenarios que surgen a partir de la negación de la hipótesis del continuo (vea [1]). Algunos de estos cardinales están asociados a conceptos combinatorios, por ejemplo: el cardinal de *pseudo-intersección* ($\mathfrak{p}$), el cardinal de *separación* ($\mathfrak{s}$) y el cardinal de *acotación* ($\mathfrak{b}$). En [2] , A. Blass define el cardinal $\mathfrak{par}_H$ asociado al Teorema de uniones finitas de Hindman y demuestra que $\mathfrak{p} \leq \mathfrak{par}_H \leq \min\{\mathfrak{s}, \mathfrak{b}\}$.

En este trabajo definimos de manera natural cardinales asociados a otros teoremas de particiones, establecemos desigualdades entre ellos y demostramos que todos están entre $\mathfrak{p}$ y $\mathfrak{par}_H$. Para esto usamos morfismos de Tukey ([3]) y un argumento conocido de forcing.

REFERENCIAS

[1] A. BLASS, Combinatorial cardinal characteristic of the continuum. En Matthew Foreman y Akihiro Kanamori, editores,*The handbook of set theory*, Springer, (2010) 395–490.

[2]A. BLASS, Some questions arising from Hindman's Theorem. *Contribution paper to the celebration of the JAMS prize to N. Hindman*, (2003).

[3] P. VOJTÁŠR, Generalized Galois-Tukey connections between explicit relations on classical objects of real analysis. En Haim Judah, editor, Set Theory of the Reals, *Israel Mathematical Conferences Proceedings*, Vol. **6**, (1993) 619–643.

[a] Email: `jnieto@usb.ve`

Superfluidad en el Segundo Nivel de la Jerarquía Polinomial.

Nerio Borges[1a], **Edwin Pin**[2b]
[1] Universidad Simón Bolívar.
[2] Universidad Central de Venezuela, Facultad de Ciencias.

En [2] se muestran varias técnicas para probar completitud en distintas clases de complejidad, todas de carácter sintáctico. Una de las técnicas, denominada *Superfluidad*, se demostró válida en las clases **NL**, **P**, **NP** y **coNP**. Este método se basa en el estudio de conjunciones de la forma $(\varphi \wedge \Phi)$, donde φ es una sentencia universal de primer orden y Φ es una fórmula sobre una lógica $\mathcal{L}$ que captura a una clase de complejidad **C**. Si $\mathcal{L}$ y **C** satisfacen ciertas propiedades, entonces la **C**-completitud del problema asociado a la fórmula $(\varphi \wedge \Phi)$ implica la **C**-completitud del problema asociado a Φ.

Se ha probado que esta técnica es aplicable en el segundo nivel de la jerarquía polinomial, clase de complejidad denotada por Σ_2^p. Para ello fue necesario usar un problema natural en dicha clase que, además de ser completo, satisficiera condiciones de uniformidad.

Se expondrán varios de los conceptos y teoremas probados en [2], así como los resultados obtenidos para la clase Σ_2^p.

REFERENCIAS
[1] N. IMMERMAN, Descriptive Complexity, *Springer* (1999).
[2] N. BORGES, Trabajo Doctoral, Técnicas Sintácticas y Combinatorias en el Estudio de la Complejidad Computacional, *Universidad Simón Bolívar* (2011).
[3] C. PAPADIMITRIOU, Computational Complexity, *Addison-Wesley Publishing Company* (1994).

[a] Email: `nborges@usb.ve`
[b] Email: `edwin.pin@ciens.ucv.ve`

Contracción Epistémica.

Ramón Pino Pérez[1a], Sébastien Konieczny[2b]

[1]Departamento de Matemáticas, Facultad de Ciencias, Universidad de Los Andes, Mérida, Venezuela.

[2]CRIL-CNRS UMR 8188, Faculté des Sciences, Université dÁrtois, Lens, Francia.

Los operadores de contracción fueron las primitivas para definir la revisión [3]. Ellos son una parte esencial de la teoría de los operadores de cambio de conocimiento del marco AGM [1]. La idea detrás de estos operadores binarios, denotados $\dot{-}$ es que $K\dot{-}\alpha$ denota al resultado de "quitar"la informaciń α de la base de creencias K, donde K es una teoría lógica. En este trabajo extendemos este tipo de operadores a estados epistémicos complejos abstractos [2]. Es decir en vez de considerar teorías lógicas K como la parte izquierda del operador se considerarán estados epistémicos complejos. Formulamos los postulados lógicos de manera sintáctica que deben satisfacer estos operadores y damos un teorema de representación.

Referencias

[1] C. E. Alchourrón, P. Gärdenfors, and D. Makinson, On the logic of theory change: Partial meet contraction and revision functions.*Journal of Symbolic Logic*, 50:510–530, 1985.

[2]S. Benferhat, S. Konieczny, O. Papini, and R. Pino Pérez, Iterated revision by epistemic states: Axioms, semantics and syntax, n Werner Horn, editor, *ECAI*, pages 13–17. IOS Press, 2000.

[3] I. Levi, Decisions and revisions, Cambridge, *Cambridge University Press,* (1984.).

[a] Email: `pino@ula.ve`

[b] Email: `konieczny@cril.fr`

Calculo de Invariantes.

Federico Flaviani Guastaferro[1a]

[1]Universidad Simón Bolívar.

Dijkstra definió un pseudolenguaje de programación llamado GCL [1], cuya sintaxis de guardias y comandos es adecuada para construir la función de tipo sintactica llamada wp (weakest precondition). El uso de esta función es empleada para demostrar la correctitud de los algoritmos escritos en GCL, con respecto a una especificación hecha al estilo de tripletas de Hoare $\{Pre\}S\{Post\}$ [2]. El estilo de demostración de correctitud propuesto por Dijkstra es esencialmente diferente al de Hoare ya que no se basa en una lógica con reglas de inferencia, en donde cada deducción tiene forma de árbol, sino en el uso del transformador wp, para hacer un análisis hacia atrás desde la última instrucción del algoritmo hasta el principio.

El interes de Dijkstra en ese momento consistía en estudiar hasta que punto era posible automatizar la actividad de la programación según una especificación, textualmente expresó en [1] ”The second reason to pursue these investigations was my personal desire to get a better appreciation, which part of the programming activity can be regarded as a formal routine and which part of it seems to require invention”. El método de wp le proporcionó un cálculo para le creación de programas correctos que no tienen ciclos iterativos, pero como la fómula para wp de un ciclo esta definida en lógica de segundo órden, se concluyó que la parte inventiva del proceso de realizar un programa está en los ciclos y en la especificación de invariantes.

Winskel demostró que para un lenguaje de aserciones determinado de primer órden que define en [3], siempre existe para cada instrucción iterativa y postcondición particular una fórmula de primer órden equivalente a la fórmula (escrita en segundo órden) que devuelve la función wp de ese ciclo y postcondición. Sin embargo esta demostración no es contructiva y de allí no se deduce ningún algoritmo para el cálculo de esta fórmula.

La propuesta de esta investigación va en la línea original de Dijkstra, de estudiar que parte de la actividad de la programación es automatizable y cual es inventiva, pero dedicada especificamente a la construcción de ciclos iterativos e invariantes. Se propone una serie de técnicas pseudoalgoritmicas que permiten para cierta familia de ciclos y postcondiciones calcular wp del ciclo con fórmulas escritas en lógica de primer órden. Como todo wp de un ciclo es un invariante entoces se propone llamar a esta propuesta de técnicas de cálculo como *Cálculo de Invariantes*.

REFERENCIAS

[1] E. W. DIJKSTRA, Guarded commands, nondeterminacy and formal derivation of programs. *Communications of the ACM*, 50:510–530, 1985.

[2]C. A. R. HOARE, An axiomatic basis for computer programming, *Communications of the ACM*, 12(10):576â€“580, 1969.

[3] G. WINSKEL, The Formal Semantics of Programming Languages, *The MIT Press*, (1993).

[a] Email: `federico.flaviani@gmail.com`

Operadores de 1-mejoramiento y revisión en el Marco de Credibilidad Limitada.

María Elena Artigas[1a], Ramón Pino Pérez[2b]

[1] Departamenta de Física y Matemáticas, Núcleo Universitario Rafael Rangel, Universidad de los Andes, Trujillo, Venezuela.

[2]Departamento de Matemáticas, Facultad de Ciencias, Universidad de Los Andes, Mérida, Venezuela.

En este trabajo estudiamos los operadores de 1-mejoramiento y revisión en el marco de credibilidad limitada, que fueron planteados en base a los operadores de 1-mejoramiento introducidos en [1], pasando por el estudio de dichos operadores en el marco de credibilidad limitada que fueron abordados en [2,3], y extendiendo a un nuevo operador inspirado en lograr un proceso de revisión natural. En líneas generales, este nuevo operador se comporta de la siguiente manera: cuando el agente recibe una nueva información, mediante un proceso de iteración del operador mejorará la plausibilidad de la información en el estado epistémico, con la característica particular de que si la nueva información es creíble, al realizar la primera iteración, ésta pasa a ser de las creencias más arraigadas del agente.

Aquí se define un operador de 1-mejoramiento y revisión en el marco de credibilidad limitada, mediante una caracterizacíon sintáctica y otra semántica, permitiéndonos a su vez enunciar un teorema de representación usando las técnicas empleadas en [4].

Referencias

[1] S. Koniecnzy and R. Pino Pérez, Improvement Operators. In Gerhard Brewka and Jérome Lang, editors, Principles of Knowledge Representation and Reasoning. Proceedings of the Eleventh International Conference; KR 2008, Sidney, Australia, September, 16-19,2008, pages 177-186. AAAI Press, 2008.

[2] R. Booth, E. Fermé, S. Konieczny, and R. Pino Pérez, Credibility-Limited Improvement Operators. In ECAI 2014 - 21st European Conference on Artificial Intelligence, 18-22 August 2014, Prague, Czech Republic, pages 123-128, 2014.

[3] S. Hansson, E. Fermé, J. Cantwell, and M. Falappa, Credibility limited revision. J. Symb. Log., 66(4):1581-1596, 2001.

[4] M. Medina Grespan and R. Pino Pérez, Representation of basic improvement operators. In Trends in Belief Revision and Argumentation Dynamics, Eduardo Fermé, Dov Gabbay and Guillermo Simari, Eds., pages 195-227. College Publications, 2013.

[a] Email: `mariaartigas@ula.ve`

[b] Email: `pino@ula.ve`

La Probabilidad Uniforme y la Regla de Dominancia Plausible.

Franklin Camacho[13a], Ramón Pino Pérez[2b], Brian Goméz Contreras[1c]
[1]Departamento de Estadística, Facultad de Ciencias Económicas y Sociales, Universidad de Los Andes, Mérida, Venezuela.
[2]Departamento de Matemáticas, Facultad de Ciencias, Universidad de Los Andes, Mérida, Venezuela.
[3]Escuela de Ingeniería, Pontificia Universidad Católica del Ecuador-Sede Ibarra, Ibarra, Ecuador

Consideremos dos conjuntos S y X, conjuntos de los estados y las consecuencias, repectivamente. Una política o acción es una función del conjunto de los estados al conjunto de las consecuencias. Denotaremos por X^S al conjunto de todas las políticas y por $\succeq$ a una relación de preferencia (una relación binaria) sobre X^S. Uno de los problemas más estudiados en teoría de decisión es cómo definir de manera racional relaciones $\succeq$. A través de $\succeq$ se clasifican y, si es posible, se comparan políticas. Esta clasificación, permite determinar que políticas son mejores en algún sentido.

Una manera natural de definir relaciones $\succeq$ sobre X^S es a través de la *regla de dominancia plausible (RDP)* (ver [1,4,5]). Esta regla necesita dos parámetros: una relación de preferencia $\geq_x$ sobre X y una relación de plausibilidad [1] $\sqsupseteq$ sobre todos los subconjuntos de S, $\mathcal{P}(S)$. AsÃ, una relación $\succeq$ sobre X^S se define a través de RDP de la manera siguiente:

$$f \succeq g \quad \Leftrightarrow \quad [f >_x g] \sqsupseteq [g >_x f] \tag{1}$$

donde $>_x$ es la parte estricta de $\geq_x$ y $[f >_x g] = \{s \in S : f(s) >_x g(s)\}$, conjunto donde f *domina* g.

Dada una probabilidad p es sobre $\mathcal{P}(S)$, se define una relación de plausibilidad a partir de p; llamada *relación probabilista* como:

$$A \sqsupseteq_p B \Leftrightarrow p(A) \geq p(B).$$

Si p es una probabilidad uniforme, entonces $\sqsupseteq_p$ es llamada *relación probabilista uniforme*.

En este trabajo partimos de una caracterización cualitativa para las probabilidades uniformes propuesta en [6] y utilizando esta junto con las técnicas desarrolladas en [1,2,3], proponemos una axiomÃ¡tica *cualitativa* que caracteriza a una relación $\succeq$ definida a través de RDP cuyos parámetros son: $\geq_x$ un preorden total y $\sqsupseteq$ una relación probabilista uniforme.

REFERENCIAS
[1] F. CAMACHO AND R. PINO PÉREZ, Dominance plausible rule and transitivity. *Journal of Applied Non-Classical Logics*, 21(3-4):355–373, 2011.
[2]F. CAMACHO AND R. PINO PÉREZ, Regla de dominancia plausible probabilistas. In *XXV Jornadas Venezolanas de Matemática*. Cumaná, Venezuela, 26 al 29 de marzo, 2012.
[3] F. CAMACHO AND R. PINO PÉREZ, Leximax relations in decision making through the dominance plausible rule. In Weiru Liu, editor, *Symbolic and Quantitative Approaches to Reasoning with Uncertainty - 11th European Conference, ECSQARU 2011, Belfast, UK, June 29-July 1, 2011*, volume 6717 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 569–581. Springer, 2011.
[4] D. DUBOIS, H. FARGIER AND P. PERNY, Qualitative decision theory with preference relations and comparative uncertainty: An axiomatic approach. *Artif. Intell.*, 148(1-2):219–260, 2003.
[5] D. DUBOIS, H. FARGIER, HENRI PRADE AND P. PERNY, Qualitative decision theory: from savage's axioms to nonmonotonic reasoning. *J. ACM*, 49:455–495, July 2002.
[6] D. KRANTZ, P. SUPPES AND R. DUNCAN LUCE, Additive and polynomial representations. Volumen 1, 2006. Courier Corporation.

[a] Email: `jfcamacho@pucesi.edu.ec,cfranklin@ula.ve`
[b] Email: `pino@ula.ve`
[c] Email: `gomezbrian88@gmail.com`

[1]una relación binaria sobre $\mathcal{P}(S)$

Elección Social, Modelos de Reclutamiento y Paradojas de una Política Global.

Jahn Franklin Leal[1a], Ramón Pino Pérez[1b]

[1] Universidad de Los Andes, Mérida, Venezuela.

Mostraremos algunos modelos de decisión para la selección de candidatos en procesos de reclutamiento. Estos modelos de decisión se basan en procesos que usan la regla de Borda [2] de la Teoría de elección social [1]. Se considera un conjunto de jueces que tratan de decidir cuál es el mejor candidato sobre un grupo de candidatos. Se considera también un conjunto de atributos que son ranqueados por los jueces. Los candidatos traen un rango factual sobre esos atributos el cual corresponde a su hoja de vida. Usando mecanismos tipo Borda se puede establecer una política global de las preferencias sobre los atributos y usar ésta para darle una puntuación a los candidatos. Por otra parte se puede utilizar un proceso similar para para que cada juez clasifique a los candidatos. Finalmente usando estas preferencias de los jueces sobre los candidatos, se puede llegar una preferencia global sobre los candidatos usando procesos de agregación de preferencias, en particular la regla de Borda. Se muestre que en general los procesos descritos no conllevan al mismo resultado y lo que es peor el proceso que usa la política global no respeta la propiedad de Pareto [3].

Referencias

[1] J. K. Arrow, Social Choice and Individual Values, 2nd ed., Wiley, New York, 1963.
[2]J.-C. de Borda, Mémoire sur les élections au scrutin, Mémoires de lÁcadémie Royale des Sciences, année 1781, pp. 657-665. Traducido al inglés en 1953 por A. de Grazia: Mathematical derivation of an election system, Isis 44:42-51.
[3] J. S. Kelly, Social Choice Theory: An Introduction, Springer-Verlag, Berlin, 1988.

[a] Email: `jleal@ula.ve`
[b] Email: `pino@ula.ve`

Fusión Lógica y Teoría de Elección Social: Vínculos, Ejemplos y Contraejemplos.

Amílcar Mata Díaz[1a], Ramón Pino Pérez[2b]

[1] Departamento de Medición y Evaluación, Facultad de Humanidades y Educación, Universidad de Los Andes, Mérida, Venezuela.

[2] Departamento de Matemáticas, Facultad de Ciencias, Universidad de Los Andes, Mérida, Venezuela.

La fusión de información es un problema central en varios campos de la ciencia. Está presente tanto en procesos de toma de decisiones, como en la integración automática de bases de datos [2]. Konieczny y Pino Pérez mostraron ciertos vínculos entre los procesos de fusión de bases de conocimiento y los modelos electorales estudiados en la *Teoría de Elección Social* [4]. La Teoría de Elección Social [1] estudia los procesos de agregación de preferencias de un conjunto de electores en una preferencia global. Nosotros hemos establecido ciertos métodos que permiten definir operadores que fusionan los estados epistémicos complejos de un grupo de agentes de manera coherente [6]. Estos resultados extienden aquellos presentados por Konieczny y Pino Pérez [3,4,5].

En este trabajo daremos a conocer diversas familias de operadores de fusión de estados epistémicos que ponen de manifiesto las relaciones existentes entre las propiedades de los operadores de fusión de estados epistémicos complejos y aquellas presentes en la Teoría de Elección Social.

REFERENCIAS

[1] J. K. ARROW, Social Choice and Individual Values, 2nd ed., Wiley, New York, 1963.

[2]A. BORGIDA, Language features for flexible handling of exceptions in information systems. *ACM Trans. Database Syst.*, 10: 563–603, 1985.

[3] S. KONIECZNY AND R. PINO PÉREZ, Merging information under constraints: A logical framework, *J. Log. Comput.*, 12(5):773–808, 2002.

[4] S. KONIECZNY AND R. PINO PÉREZ, Propositional belief base merging or how to merge beliefs/goals coming from several sources and some links with social choice theory., *European Journal of Operational Research*, 160(3):785–802, 2005.

[5] S. KONIECZNY AND R. PINO PÉREZ, Logic based merging, *J. Philos. Logic*, 40(2):239–270, 2011.

[6] A. MATA DÍAZ AND R. PINO PÉREZ, Logic-based fusion of complex epistemic states, In Weiru Liu, editor, *ECSQARU*, volume 6717 of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 398–409. Springer, 2011.

[a] Email: `amilcarmata@ula.ve`

[b] Email: `pino@ula.ve`

Negaciones Sobre los Grados de Pertenencia de los Comjumtos Borrosos de Tipo 2.

Pablo Hernández[1a], Susana Cubillo[2b], Carmen Torres-Blanc[2c]
[1] Universidad Nacional Experimental del Táchira (UNET), Venezuela.
[2] Universidad Politécnica de Madrid (UPM), Madrid, España.

Los conjuntos borrosos de tipo 2 (T2FSs) fueron introducidos por L. Zadeh en 1975 [2], como una extensión de los conjuntos borrosos de tipo 1 (FSs). Mientras que en estos últimos el grado de pertenencia de un elemento al conjunto es un un valor en [0,1], en el caso de los T2FSs el grado de pertenencia es una función de [0,1] en [0,1]. La unaria operación de negación sobre un conjunto parcialmente ordenado y acotado, se emplea para modelar el complemento de dicho conjunto, y debe satisfacer las propiedades de contorno y ser decreciente. Si además es involutiva se le denomina negación fuerte. En [1] se determinaron, a partir del principio de extensión de Zadeh, conjuntos de negaciones fuertes y no fuertes sobre **L** (conjunto de las funciones de [0,1] en [0,1], que son normales y convexas). En el presente trabajo analizamos una operación sobre **L**, más general que la estudiada en [1],

$$(\lambda_{\star,\phi}(f))(x) = \sup\{\star(f(y)) : \phi(y) = x\},$$

$\forall f \in \mathbf{L}$, con las operaciones $\star, \phi : [0,1] \to [0,1]$, siendo ϕ sobreyectiva. Y obtenemos nuevas negaciones sobre **L**, con las siguientes condiciones: sea $\star$ continua por la izquierda en 1, tal que $\star(0) = 0$ y $\star(1) = 1$, además,

1) si ϕ es una negación sobreyectiva en [0,1], entonces $\lambda_{\star,\phi}$ es una negación sobre **L** si y sólo si $\star$ es creciente.

2) si ϕ es una negación fuerte en [0,1], entonces $\lambda_{\star,\phi}$ es una negación fuerte sobre **L** si y sólo si $\star$ es la identidad.

Referencias

[1] P. Hernández, S. Cubillo and C. Torres-Blanc, Negations on Type-2 Fuzzy Sets. *Fuzzy Sets Syst.* Vol. **252**, (2013) 111–124.
[2]L. Zadeh, he Concept of a Linguistic Variable and its Application to Approximate Reasoning-I. *Inf. Sci.* Vol. **8**, (1975) 199–249.

[a] Email: `phernandezv@unet.edu.ve`
[b] Email: `scubillo@fi.upm.es`
[c] Email: `ctorres@fi.upm.es`

Sesión

Modelización Matemática, Análisis Numérico y Optimización

Las 3 Estructuras básicas en Geometría Computacional: Cápsula Convexa, Triangulación de Delaunay y Diagrama de Voronoi.

Alfredo Espejo, **Osmer Montilla**[1a]

[1] Departamento de Matemática, Universidad Nacional Abierta, Caracas, Venezuela.

Esta investigación se ubica en los fundamentos de la geometría computacional (GC), que une las áreas de geometría, la teoría de grafos, algoritmos y programación estructurada. Se utiliza el software de cálculo numérico SCILAB y sus módulos (Sivp y Metanet). Aplicaciones importantes de la GC incluyen la robótica, sistemas de información geográfica (GIS), diseño de circuitos integrados, ingeniería civil y urbanismo, visión computacional y muchos otros. Se enfatizan los conjuntos finitos de puntos en los que se puede encontrar su envoltura o cápsula convexa (CC), la triangulación de Delaunay (TD) y el diagrama de Voronoi (DV), -tres estructuras muy relacionadas entre sí y con muchas aplicaciones. Se hará notar entre otras ideas de desarrollo, la relación que existe entre un teorema de Lebesgue-Brouwer con el Diagrama de Voronoi, el índice de proximidad y la búsqueda de algoritmos eficientes para ciertos problemas propuestos.

REFERENCIAS

[1] A. THIESSEN AND C. ALTER, Climatological Data. *Monthly Weather R.*, Vol. 39, No. 1082, 1911.

[2] F. RIVERO, Geometria Computacional. s/f.

[1] J. PRIEGO AND , M. PORRES, La Triangulación de Delaunay aplicada a los Modelos Digitales del Terreno. Universidad Politécnica de Valencia, 2002.

[2] S. DEVADOSS AND J. O'ROURKE, Discrete and Computational Geometry. *Princeton University Press*, 2011.

[a] Email: `osmerlex@gmail.com`

Un Nuevo Esquema Geométrico para la Aceleración del Método de Proyecciones Alternantes de von Neumann-Halperin.

Williams López[1a]

[1] Departamento de Física y Matemáticas, Núcleo Universitario "Rafael Rangel", Universidad de Los Andes, Trujillo, Venezuela.

Se desarrolla un nuevo esquema geométrico para acelerar la convergencia del método de proyecciones alternates de von Neumann-Halperin, el cual resuelve el problema de encontrar la proyección de un punto dado sobre la intersección de un número finito de subespacios cerrados en un espacio de Hilbert.

REFERENCIAS

[1] W. LÓPEZ, A new geometric acceleration of the von Neumann-Halperin projection method. Enviado a *Electronic Transactions on Numerical Analysis* (2015).
[2]W. LÓPEZ, Esquemas de aceleración para el algoritmo de Dykstra. *Tesis de Doctorado*. Universidad Simón Bolívar (2015).
[3] W. GEARHART Y M. KOSHY, Acceleration schemes for the method of alternating projection. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 26 (1989), pp. 235–249.
[4]R. ESCALANTE Y M. RAYDAN, Alternating Projection Methods, *SIAM*. Philadelphia (2011).

[a] Email: `wlopez@ula.ve`

Estudio Asintótico para Modelar el Flujo de dos Fluidos Centro-anulares en Tubos Flexibles Bajo el Efecto de un Campo Eléctrico.

Aldo Reyes Cortez[1a], Luis Ángel Rodríguez[2b]

[1] Universidad de Carabobo. Facultad de Ciencia y Tecnología. Departamento de Computación.

[2] Universidad de Carabobo. Facultad de Ciencia y Tecnología. Departamento de Matemática.

En tomografía sísmica, una de las etapas más importantes lo constituye el determinar la trayectoria que siguen las ondas sísmicas al propagarse a través del medio. Esta etapa, que es la que más demanda recursos y tiempo de computación, generalmente es resuelta mediante un algoritmo de trazado de rayos sísmicos. El Principio de Fermat establece que el rayo que conecta un par emisor-receptor, sigue la trayectoria de menor tiempo de viaje. Utilizando este principio, el problema se convierte en un problema de optimización. En este trabajo se propone e implementa un algoritmo para el trazado de rayos sísmicos en medios tridimensionales complejos. El algoritmo permite determinar la trayectoria de los rayos y el cálculo de tiempos de viaje, así como la construcción de tablas de tiempo y superficies isócronas, tanto en medios isotrópicos como anisotrópicos, homogéneos o heterogéneos. El método de optimización utilizado es el de Gradiente Espectral Globalizado Proyectado, el cual utiliza una búsqueda de línea que no obliga a un descenso de la función objetivo en cada iteración. Se presentan los resultados de las pruebas realizadas al método propuesto sobre tres medios geológicos comunmente utilizados como modelos de prueba en la literatura científica: un medio anisotrópico elíptico, un medio isotrópico hetegogéneo con crecimiento exponencial de la velocidad y finalmente el modelo de Marmousi. Los resultados obtenidos permiten verificar la versatilidad del método al adaptarse a medios con diversas topologías y características elásticas, así como su exactitud y bajo tiempo de cómputo.

[a] Email: `areyes@uc.edu.ve`
[b] Email: `larodri@uc.edu.ve`

Estudio Asintótico para Modelar el Flujo de dos Fluidos Centro-anulares en Tubos Flexibles Bajo el Efecto de un Campo Eléctrico.

Said Kas-Danouche[1a], **Ciro Rodríguez**[1b]

[1] Universidad de Oriente, Núcleo de Sucre, Departamento de Matemáticas, Cumanaá

Se realiza un estudio analítico para derivar las ecuaciones de evolución que describen un modelo matemático para el flujo de dos fluidos dieléctricos centro-anulares, que se mueven a lo largo del interior de una tubería de paredes delgadas y flexibles. A este sistema, se le aplica un campo eléctrico de manera radial. Para modelar la interfaz entre los fluidos se consideran las ecuaciones de Navier-Stokes y de continuidad para flujos axisimétricos. Para el movimiento de la pared se consideran las ecuaciones de equilibrio para un elemento del tubo. Como condiciones de frontera, se toman en cuenta la condición de no deslizamiento o de adherencia en la pared del tubo, la continuidad de las velocidades en las interfaces y la condición cinemática, también en ambas interfaces. Para la aplicación del campo eléctrico se consideran la ecuación de Laplace, la continuidad de la componente tangencial del campo eléctrico y la ecuación de conservación de la carga interfacial. Con el uso de las ecuaciones planteadas se determinan las expansiones asintóticas de las variables involucradas para así derivar un sistema de dos ecuaciones diferenciales en derivadas parciales no lineales acopladas.

Referencias

[1] H. Atabek and H. Lew, Wave propagation through a viscous incompressible fluid contained in an initially stressed elastic tube. *Biophys. J.* 6, 481 - 503. (1966).
[2]D. Halpern y J. Grotberg, Fluid-elastic instabilities of liquid-lined flexible tubes. *J. Fluid Mech.* 244, 615-632. (1992).
[3] F.Li, O. Ozen, D. T. Papageorgiou y P. Petropoulos, Linear stability of a two-fluid interface for electrohydrodynamic mixing in a channel. *J. Fluid Mech*, 583, 347-377. (2007).
[4]Q. Wang, Nonlinear Evolution of Annular Layer and Liquid Threads in Electric Fields,New Jersey Institute of Technology. (2010).

[a] Email: `sak0525@gmail.com`
[b] Email: `ciro_rodriguez77@hotmail.com`

El Problema de Dos Burbujas en un Flujo Viscoso Lento.

Said Antonio Kas-Danouche Rojas[1a]

[1] Grupo de Investigación en Matemáticas Aplicadas a la Física. Universidad de Oriente. Núcleo de Sucre. Departamento de Matemáticas. Laboratorio de Matemáticas Aplicadas a la Industria.

La evolución de burbujas en flujos viscosos y lentos es un tema de estudio muy importante por su aplicabilidad práctica en la formación de emulsiones y mezclas en medios multifásicos. En este estudio, se consideran dos burbujas reflexionalmente simétricas con respecto a los ejes x y y sumergidas en un fluido viscoso y lento. El fluido ocupa una región no acotada y plana que rodea a las burbujas y es incompresible. Las fuerzas inerciales se asumen despreciables, lo que nos lleva a considerar el exterior de las burbujas como un flujo de Stokes.

En esta investigación se procura desarrollar un modelo matemático para estudiar y describir el comportamiento de la interacción entre las dos burbujas cuando éstas son empujadas una hacia la otra por el medio que las rodea; es decir, por el flujo de Stokes.

REFERENCIAS

[1] M.R. BOOTY AND M. SIEGEL, A hybrid numerical method for interfacial fluid flow with soluble surfactant. *Journal of Computational Physics* Vol. 229, (2010) 3864-3883.

[2] S. TANVEER Y G.L. VASCONCELOS, Time-evolving bubbles in two-dimensional Stokes flow. *NASA Contractor Report 194998* ICASE Report NÂº 94-90.

[a] Email: sak0525@gmail.com

Un Modelo para la Dinámica de la Malaria en la Península de Paria, Estado Sucre.

Teodoro Lara Pulido[2a], **Ángel Luís. Torcatt S.**[1b]

[1] Universidad de Oriente. Núcleo de Sucre.

[2] Universidad de Los Andes, Departamento de Física y Matemática, Trujillo-Venezuela.

En este trabajo estudiamos la dinámica local y global del modelo

$$\left\{\begin{array}{rcl} \dot{X} & = & \beta(N(t)-X(t))Y(t)-\gamma X(t) \\ \dot{Y} & = & \beta(M(t)-Y(t))X(t)-mY(t) \\ \dot{M} & = & \left(\dfrac{v_1}{1+v_2L(t)}\right)L(t)-mM(t) \\ \dot{L} & = & bM(t)-\left(\dfrac{v_1}{1+v_2L(t)+\mu}\right)L(t), \end{array}\right. \tag{4}$$

el cual es un modelo de epidemiología matemática [3,4] introducido por D. Rodríguez et al en [1,2]. El modelo se construyo para estudiar la malaria en el estado Sucre, tomando en cuenta las condiciones climt́icas de la zona [3]. En particular la península de paria. Este sistema lo estudiaremos de dos maneras. Primero considerándolo en su totalidad como un sistema de 4 ecuaciones y luego, mirándolo como un sistema de 4 ecuaciones pero con las dos últimas desacopladas de las dos primeras. Finalmente indicamos que a futuro se pretende estudiar el modelo (4) en la búsqueda de bifurcaciones tanto analíticamente como por simulaciones numéricas.

REFERENCIAS

[1] M.G. BASÁÑEZ AND D. RODRÍGUEZ, Dinámica de transmisión y modelos matemáticos en enfermedades transmitidas por vectores. *Entomotropica* 19, 2004. 113–134.

[2] D. RODRÍGUEZ Y L. DELGADO, S. RAMOS, V. WEINBERGER, *Ecological Modelling* 259 (2013), 1–9.

[3] H. W. HETHCOTE, The Mathematics of Infectious Diseases. *SIAM Review* Vol. 42, No. 4(2000)599 − 653.

[4] P. WALMAN, Deteterministic Threshold Models in Theory of Epidemics. Lecture Notes in Biomathematics. *Springer-Verlag*. 1974

[a] Email: `teodorolara143@hotmail.com`

[b] Email: `atorcatt21@gmail.com`

Un Estudio Comparativo: Método de Rayleigh-Ritz para Problemas de Contorno 1D.

J.M. Guevara-Jordán[1a], **J.A. Prada-Márquez**[1b]

[1] Universidad Central de Venezuela.

Entre los métodos numéricos más famosos para la resolución problemas de contorno aparecen diferencias finitas y elementos finitos [1, 10]. Desde la última década del siglo XX ha tenido auge una nueva técnica de discretización de problemas de contorno bautizada como métodos miméticos [2], la cual ha sido considerablemente investigada en diversos trabajos en la Universidad Central de Venezuela (UCV) [3,4,5,6,7 y 8]. Por otro lado, estudios recientes hechos por investigadores de la Universidad de los Andes (ULA), Venezuela, han descubierto que el método de elementos finitos produce mejores aproximaciones en problemas de contorno de tipo convección difusión estacionario que los métodos miméticos y diferencias finitas con puntos imaginarios [9].

En el presente estudio se describe el método de Rayleigh-Ritz para problemas de contornos lineales, bajo condiciones de Robin y sobre mallas escalonadas. En principio, se presentan las discretizaciones del método usando las fórmulas de cuadratura de punto medio y trapecio. Por simplicidad, se realiza el estudio de convergencia [1, 10] de las discretizaciones obtenidas con la cuadratura de punto medio, usando los desarrollos de Taylor para la consistencia y el Teorema de círculos de Gershgorin en la estabilidad [10]. Finalmente, se realiza un estudio comparativo con los métodos de diferencias finitas y mimético, en el cual el método de Rayleigh-Ritz basado en cuadratura de Simpson registra los mejores resultados en términos de exactitud y tasa de convergencia. El análisis de convergencia y el estudio comparativo mencionados son aportes originales de este estudio.

Referencias

[1] R. Burden y D. Faires, Análisis Numérico, 7ma edición, *Thomson Editores*, 2002.
[2] J. Castillo y F. Miranda, Mimetic Discret ization Methods, 1ra edición, *Chapman and Hall/CRC*, 2013.
[3] M. Freites, Un estudio comparativo de los métodos miméticos para la ecuación estática de difusión, *Tesis UCV*, 2004.
[4] F. Solano, Un esquema mimético de diferencias finitas para la ecuación de onda biarmónica, *Tesis UCV*, 2010.
[5] I. Mannarino, Un método mimético de diferencias finitas para la ecuación no estática de difusión, *Tesis UCV*, 2007.
[6] J. Godoy, Métodos iterativos para esquemas miméticos en ecuaciones elípticas, *Tesis UCV*, 2008.
[7] J. Guevara, Sobre los esquemas miméticos de diferencias finitas para la ecuación estática de difusión, *Trabajo de Ascenso UCV*, 2005.
[8] J. Guevara, Un esquema mimético tipo Richardson para la ecuación biarmónica bicuadrática, *Trabajo de ascenso UCV*, 2010.
[9] A. Lugo y G. Calderón, Un análisis comparativo de los métodos miméticos, diferencias finitas y elementos finitos para problemas estacionarios. Researchgate, 2014.
[10] R.Bulirsch y J. Stoer, Introduction to Numerical Analysis, *editorial Springer-Verlag*, 1980.
[11] W. Boyce y R. Di Prima, Ecuaciones diferenciales y problemas con valores en la frontera, 4ta edición, *editorial Limusa*, 2000.
[12] M. Shashkow, Conservative Finite-Difference Methods on General Grids, *editorial CRC Press LLC*, 2000.
[13] J. Guevara, S. Rojas, M. Freites y J. Castillo, Convergence of a Mimetic Finite Difference Method for Static Diffusion Equation, *Hindawi Publishing Corporation*, 2007.

[14] J. CASTILLO Y M. YASUDA, Linear Systems Arising for Second-Order Mimetic Divergence and Gradient Discretizations, *Springer*, 2005.
[15] G. STRANG Y G. FIX, An Analysis of the Finite Element Method, *editorial Prentice-Hall*, 1973.
[16] G. CALDERÓN Y R. GALLO, Introducción al Método de los Elementos Finitos: un Enfoque Matemático, texto del curso dictado en la XXIV EVM, Mérida, 2011.

[a] Email: `jmguevarajordan@gmail.com`
[b] Email: `jefferson.prada@ciens.ucv.ve`

Un Método Mimético para Problemas no Lineales con Condición de Frontera de Radiación en 2D.

Giselle Sosa-Jones[1a], Jhonnathan Arteaga[1b], Oswaldo Jiménez[1c]

[1] Universidad Simón Bolívar.

En los problemas con condición de frontera no lineal de radiación, la temperatura cerca de la frontera varía muy rápidamente y puede alcanzar valores muy altos, por lo que los métodos numéricos usados tradicionalmente para resolver este tipo de problemas (diferencias finitas, elementos finitos, etc.) no representan correctamente la transferencia de calor en la frontera. Es por esto que se requiere un método numérico que se adapte mejor al tipo de comportamiento mostrado por la distribución de temperatura en este caso. En este trabajo se propone usar un método mimético 2D para resolver la ecuación de calor no estática con condiciones de borde no lineales tipo capa límite. Este método se aplica en problemas sintéticos donde la solución analítica es conocida, y se comparan las soluciones con las obtenidas mediante el método de diferencias finitas estándar.

REFERENCIAS

[1] G. SOSA-JONES., Métodos miméticos para problemas de soldadura de placas en 2D. *Tesis de Maestría. Universidad Simón Bolívar*, 2015.
[2] J. ARTEAGA-ARISPE,Un Nuevo Método Conservativo Implícito en Diferencias Finitas para Resolver la Ecuación de Transferencia de Calor. *Tesis de Maestría. Universidad Central de Venezuela*, 2012.
[3] J. GOLDAK, Computational welding mechanics. *Springer*, 2005.
[4] J.E. CASTILLO AND R.D. GRONE, A matrix analysis approach to higher-order approximations for divergence and gradients satisfaying a global conservation law. *SIAM Journal of Matrix Analysis and Applications*, 2003.

[a] Email: `gsjones@usb.ve`
[b] Email: `jarteaga@usb.ve`
[c] Email: `oswjimenez@usb.ve`

Técnicas de Globalización Inexactas para el Método de Newton para Resolver la Ecuación Algebraica de Riccati.

Domínguez O.[1a], Monsalve M.[1b]

[1] Universidad Central de Venezuelar.

La estabilidad de ciertos sistemas de ecuaciones diferenciales matriciales, asociados a modelos que surgen en la Teoría de Control, está ligada a la solución de una ecuación algebraica de Riccati, que es una ecuación matricial no lineal [3, 4]. Para resolver este tipo de problemas el método de Newton resulta una buena escogencia debido a la velocidad de convergencia q-cuadrática que posee [2]. Como contraparte, cabe señalar que el método de Newton es de convergencia local: El iterado inicial debe estar ubicado en un entorno de la solución para garantizar convergencia. Hasta los momentos sólo hemos encontrado en la bibliografía el uso de técnicas globalización exactas, que en líneas generales son técnicas que requieren la solución de un problema de minimización de forma exacta por iteración [1] sumado al costo de resolver la ecuación de Lyapunov por iteración. Por lo anterior, se desea proponer técnicas de globalización inexactas que permitan la convergencia global del método de Newton.

REFERENCIAS

[1] P. BENNER AND R. BYERS, An exact line search method for solving generalized continuous-time algebraic Riccati equations. *IEEE Trans. Automat. Contr.*, 43 (1):101-107, 1998.
[2] P. BENNER AND J. SAAK, A Galerkin-Newton-ADI Method for Solving Large-Scale Algebraic Riccati Equations, *Preprint SPP1253-090, DFG Priority Programme 1253 Optimization with Partial Differential Equations,* 2010.
[3] B. N. DATTA., Numerical Methods for Linear Control Systems. *Academic Press*, San Diego, 2005.
[4] E. D. SONTAG, Mathematical Control Theory: Deterministic Finite Dimensional Systems. Second Edition. *Springer*, New York, 1998.

[a] Email: `olga.dominguez@ciens.ucv.ve`
[b] Email: `marlliny.monsalve@ciens.ucv.ve`

Estrategia de Búsqueda no Lineal Controlada Utilizando el Método BFGS.

Rosa Espinoza[1a], Vinicio Ríos[1b]

[1] Universidad del Zulia.

La presente charla disemina las generalidades relacionadas al diseño de una estrategía de descenso para resolver problemas de optimización paramétrica utilizando un sistema de control lineal auxiliar, que además incorpora las bondades del conocido método de Broyden-Fletcher-Goldfard-Shanno (BFGS) para el cálculo del Hessiano asociado a la función objetivo. La ecuación de descenso que define al método propuesto está basada en el estudio realizado en [1], donde se invoca la fórmula de variación de parámetros asociada a un sistema dinámico de ecuaciones diferenciales perturbadas con un control Gramiano. Las matrices exponenciales que definen la ecuación de descenso contienen la informacionón del Hessiano, la cual es calculada utilizando el celebrado método BFGS con la finalidad de relajar el costo computacional involucrado en ellas. Las direcciones de descenso varían de manera continua dentro del intervalo que caracteriza al parámetro de búsqueda, lo que a su vez contrasta con los enfoques clásicos de descenso lineal, donde estas direcciones permanecen constantes a lo largo de cada iteración. Nuestro método esta diseñado en esencia para minimizar objetivos cuadráticos y es extendido, via asociación, a problemas más generales. Su implementación algorítmica muestra una ventaja sobre algunos de los métodos clásicos de descenso lineal cuando es aplicado sobre un pool de test functions [2] en diferentes escenarios.

REFERENCIAS

[1] Z. MORENO, Diseño de estrategias de descenso en optimización paramétrica utilizando un sistema de control lineal Gramiano. *Trabajo de Grado*. Universidad del Zulia. Facultad de Ingeniería. División de Postgrado. Maracaibo. (2012).

[2] A. NECULEI, Unconstrained optimization test functions. *Report*. Research institute for Informatics. Center for Advanced Modeling and Optimization. Romania. (2005).

[a] Email: `rosiange_15@hotmail.com`

[b] Email: `vrios@demat-fecluz.org`

Proceso Adaptativo Usando Esquemas Miméticos en Mallas Adaptadas en Movimiento.

Abdul Abner Lugo Jiménez[12a]

[1] Departamento de Matemáticas, Facultad de Ciencias, Universidad de Los Andes, Mérida 5101– Venezuela

[2] Universidad Politécnica Territorial del Oeste de Sucre "Clodosbaldo Russián", Coordinación de Procesos Químicos, Cumaná 6101 – Venezuela.

En el presente trabajo, se estudia los métodos de movimientos de mallas, como el algoritmo de De Boor's, y el método de PVF, para definir mallas óptimas, con el fin de mostrar procesos adaptativos para calcular la solución numérica óptima usando esquemas miméticos en problemas de contorno. La experimentación muestra buenos resultados en problemas de contorno, en cuanto a la estimación del error.

REFERENCIAS

[1] A. LUGO, Generación de mallas óptimas basadas en esquemas miméticos para problemas de contorno, 201. *Tesis de Doctorado, Facultad de Ciencias, Universidad de Los Andes*, Venezuela.
[2] E. BATISTA AND J. CASTILLO, Mimetic schemes on non-uniform structured meshes. *Electronic Transactions on Numerical Analysis*, 34(1):152–162, 2009.
[2] W. HUANG AND R.D. RUSSELL, Adaptive moving mesh methods, *Springer Science & Business Media*, 2010.

[a] Email: abdull@ula.ve,abdulmath@gmail.com,alugo@uptos.edu.ve

Sesión

Probabilidades y Estadística

PLS Path Modelling para Riesgo Músculo - Esquelético en Empresa Cervecera.

Willin Álvarez[1a], **Anthony Cho**[1b]

[1] Universidad de Carabobo, FaCyT - Matemática

PLS-PM (*Partial Least Square - Path Modelling*) es una técnica para aproximar modelados de ecuaciones estructurales por medio de mínimos cuadrados parciales y además, estudia las relaciones multivariables complejas entre las variables latentes y observadas. En este trabajo presentaremos un modelo de ecuación estructural para determinar el Riesgo Músculo - Esquelético a partir de una data recolectada en una empresa cervecera.

REFERENCIAS

[1] G. SANCHEZ, PLS Path Modeling with R Trowchez Editions. Berkeley, 2013. `http://www.gastonsanchez.com/PLS\_Path\_Modeling\_with\_R.pdf`

[2] WOLD AND BENTZEL, On statistical demand analysis from the viewpoint of simultaneous equations where they prove that recursive systems estimated by OLS have an equivalent solution to ML estimates., 1946

[3] W. CHIN AND P. R. NEWSTED, tructural Equation Modeling Analysis With Small Samples Using Partial Least Squares, *First International Symposium on PLS and Related Methods*, Paris, France, 1999.

[a] Email: `walvarez@uc.edu.ve`

[b] Email: `adcho@uc.edu.ve`

Aproximaciones de las Soluciones de una Ecuación Diferencial Estocástica Usando Mezclas de Procesos de Dirichlet y de Distribuciones Gaussianas.

Aracelis Hernández[1a], Saba Infante[1b], **Cesar Luna**[1c], Luís Sánchez[2d]

[1] Departamento de Matemáticas, Facultad de Ciencia y Tecnología, Universidad de Carabobo, Valencia, Venezuela.

[2]Departamento de Matemáticas, Facultad de Ciencias de la Educación, Universidad de Carabobo, Valencia, Venezuela.

En este artículo se propone implementar métodos paramétricos y no paramétricos para aproximar la densidad de los estados soluciones de una ecuación diferencial estocástica a partir de las observaciones de un sistema dinámico discreto. Para alcanzar los objetivos se consideran mezclas de procesos de Dirichlet, y mezclas de distribuciones Gaussianas. La metodología utiliza técnicas basadas en los filtros Gaussianos, filtros de partículas no paramétricos, y filtros de partículas Gaussianos para establecer la relación entre el proceso teórico de los estados soluciones no observados y los estados observados. Las aproximaciones llevadas a cabo por esta propuesta resultan atractivas, debido a que son computacionalmente eficientes, flexibles, fácil de interpretar a la hora de especificar suposiciones sobre las distribuciones a priori de eventos con dinámicas desconocidas.

REFERENCIAS

[1] A. RABAOUI, N. VIANDIER, J. MARAIS, E. DUOS, P. VANHEEGHE, Dirichlet Process Mixtures for Density Estimation in Dynamic Nonlinear Modeling: Application to GPS Positioning in Urban Canyons.*IEEE Transactions on Signal Processing, Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE)*, 2012, 60 (4), pp.1638 - 1655. $< 10.1109/TSP.2011.2180901 >$. $< hal - 00712718 >$

[2] C. ARCHAMBEAU, D. CORNFORD, M. OPPER, J.TAYLOR, Gaussian Process Approximations of Stochastic Differential Equations. *Editor: Neil D. Lawrence, Anton Schwaighofer and Joaquin Quiñonero Candela. Workshop and Conference Proceedings* 2007, 1: 1-16.

[a] Email: `arhernan@uc.edu.ve`
[b] Email: `sinfante@uc.edu.ve`
[c] Email: `cvluna_m@hotmail.com`
[d] Email: `sluis@uc.edu.ve`

Enfoque Estadístico para Modelar el Riesgo Hidrometeorológico.

Lelys Bravo[1a], Andrés Sajo[1b], **Desireé Villalta**[2c]
[1] Departamento de Cómputo Científico y Estadística, Universidad Simón Bolívar, Caracas, Venezuela.
[2] Departamento de Procesos y Sistemas, Universidad Simón Bolívar, Caracas, Venezuela.

Se propone una metodología novedosa para modelar el riesgo (R) de origen hidrometeorológico, para cada tiempo t y localidad i, en función de la amenaza y la vulnerabilidad. Específicamente:

$$R_{it} = E_H[E_V[(V_{it}|H_{it})E_{it}]] = E_{it}\int_H\int_V V_{it}Pr(V_{it}|H_{it})Pr(H_{it})dV_{it}dH_{it},$$

donde H_{it} es la amenaza medida como la cantidad de precipitación mensual (mm), V_{it} la vulnerabilidad o pérdida estimada a través del número de personas afectadas, E_{it} la población expuesta, $E_V[(V_{it}|H_{it})]$ la pérdida esperada condicionada en H_{it} y $Pr(H_{it})$ la probabilidad de la amenaza.

La precipitación se cuantifica a través de un modelo Kriging espacio-temporal cuyos parámetros se estiman usando las distribuciones a posteriori en función de los hiperparámetros del modelo. La vulnerabilidad es ajustada mediante un modelo Poisson cero inflado y el riesgo se estima como la pérdida esperada en términos del número de personas afectadas como consecuencia de los eventos extremos.

La metodología es aplicada al estado Vargas utilizando datos para el período 1970-2006. El producto final son los mapas mensuales de riesgo de origen hidrometeorológico.

REFERENCIAS

[1] C. VÖRÖSMARTY, L. BRAVO, W. WOLLHEIM, B. PELLERIN, D. BJERKLIE, M. CARDOSO, C. D' ALMEIDA, P. GREEN Y L. COLON, Extreme rainfall, vulnerability and risk: a continental-scale assessment for South America. *Phil. Trans. R. Soc. A.*, 371. DOI 20120408. 2013.

[a] Email: `lbravo@usb.ve`
[b] Email: `asajo@usb.ve`
[c] Email: `dvillalta@usb.ve`

Modelo de Régimen Markov Switching para Estimar la Tasa de Crecimiento de la Producción Industrial Anual de los Países del MERCOSUR.

Aracelis Hernández[1a], **Edwar Gomez**[1b], Saba Infante[1c], Luís Sánchez[2d]

[1] Departamento de Matemáticas, Facultad de Ciencia y Tecnología, Universidad de Carabobo, Valencia, Venezuela.

[2]Departamento de Matemáticas, Facultad de Ciencias de la Educación, Universidad de Carabobo, Valencia, Venezuela.

En este trabajo se utilizó una metodología basada en la estadística Bayesiana inspirada en un esquema de muestro Monte Carlo por Cadenas de Markov que simplifica el proceso de estimación y predicción de los modelos de Markov Switching. El objetivo general de este estudio consistió en determinar simultáneamente, la no linealidad, estructuras de cambios y valores atípicos en series temporales econométricas. La metodología es ilustrada empíricamente usando series que miden la tasa de crecimiento de la producción industrial anual de los países del mercado comÃºn del sur (MERCOSUR). Para analizar la tendencia del crecimiento y decrecimiento, estudiar la no linealidad del modelo, valores atípicos se implementaron los algoritmos de Gerlach et al. (2000), Carter y Kohn (1994), y Giordani et al. (2007). La estimación de los parámetros se realizó en términos de las medias posteriori y las desviaciones estándar, además se realizó una representación gráfica que permite detectar los puntos de quiebre y valores atípicos de las distintas economías, la no linealidad se detecta observándose la multiplicidad de modas en las series. Se utilizó la raíz del error cuadrático medio como medida de bondad de ajuste para validar las estimaciones del modelo, observándose errores pequeños. Se calcularon los tiempos de ejecución de los algoritmos observándose alto desempeño. El estudio empírico permite concluir que económicamente no hay reducción en la volatilidad, no hay reducción de la profundidad de los ciclos económicos, y se observan puntos de quiebre, valores atípicos, y no linealidad en los datos analizados.

REFERENCIAS

[1] C. CARTER & R. KOHN, On gibbs sampling for state-space models. *Biometrika* (81), 541553. (1994).

[1] C. CARTER, R. GERLACH & R. KOHN, Efficient bayesian inference for dynamic mixture model. *Journal of the American Statistical Association*, 819828. (2000).

[a] Email: `arhernan@uc.edu.ve`
[b] Email: `egomez4.eg@gmail.com`
[c] Email: `sinfante@uc.edu.ve`
[d] Email: `sluis@uc.edu.ve`

Detección de Valores Atípicos Multinivel Mediante una Generalización del Estadístico de Andrews y Pregibon.

Wilmer Fermín[1a], **Enrique Machado**[2b]

[1] Universidad de Oriente.

[2]Universidad Politécnica Territorial "Clodosbado Russián".

En esta investigación se describen los diversos procedimientos para detectar valores discrepantes e influyentes en la modelización multinivel y se propone una nueva alternativa para detectar estos valores. En análisis de regresión clásico existe una variedad de métodos analíticos y gráficos para detectar valores atípicos [1],aunque éstos son una herramienta valiosa, en la mayoría de los casos es inevitable la subjetividad del investigador, por lo que la verdadera detección puede quedar en tela de juicio. Un estadístico interesante para detectar valores atípicos en regresión lineal es el de Andrews y Pregibon [2] y [3]. El cual se basa en el determinante de la matriz de diseño con el vector de respuesta adjuntado; lo interesante de este estadístico es que detecta tanto los atípicos distantes como los atípicos influyentes en el modelo. Aquí se ha desarrollado un estadístico para la detección de unidades, del nivel dos como del nivel uno, discrepantes y/o influyentes en la estimación de los parámetros de un modelo lineal jerárquico de dos niveles de intercepto y pendiente aleatorios; el estadístico es una generalización del estadístico de Andrews y Pregibon usada en regresión clásica, al caso multinivel.

REFERENCIAS

[1] D. MONTGOMERY, Diseño y Análisis de Experimentos. *Grupo Editorial Iberoamérica* Nebraska. (1991).

[2] D. ANDREWS AND PREGIBON, Finding the outlires tha Matter. *Journal of Royal Statiscal Society*, serie B, 40, 85 -93.

[3] W. FERMÍN, Detección de valores extraños en regresión lineal. *Tesis de Pregrado, Universidad de Oriente*, Venezuela.(1993).

[a] Email: `wilmerfermin@gmail.com`

[b] Email: `kiker65@gmail.com`

Estimación de la Dimensión de Correlación.

Esteban M. Flores R[1a], Máximo G. Mero B[1b]

[1] Universidad de Carabobo.

En este trabajo se comparan cuatro estimadores para la dimensión de correlación, estos son: el estimador de Takens el de Chord, el de Ellner y el de Grassberger-Proccacia [1], [2]. Para la realización de esta investigación se usan datos artificiales provenientes del mapa de Henon, el sistema Lorenz y las ecuaciones de Lotka-Volterra y luego se estudia el comportamiento de estos estimadores con datos reales.[3]

REFERENCIAS

[1] F. TAKENS, F. Detecting strange attractors in turbulence, lecture notes in math, 898, *Springer*, NewYork. 1981.

[2] K. KANTZ AND T. SCHREIBER, Nonlinear time series analysis, *Cambridge University Press*. 1997.

[3] K. RAEDRICH, Estimating the Dimensions of Weather and Climate Attractors. *Journal of the Atmospheric Sciences*, Vol. 43, No. 5, 419-432, (1986).

[a] Email: `eflores@uc.edu.ve`

[b] Email: `mmero@uc.edu.ve`

RClimVen: *Software* Libre para Homogeneización de Datos Climáticos.

Fernando Cedeño[1a], Esnil Guevara[1b], Anthony Cho[1c]

[1] Universidad de Carabobo, FaCyT - Matemática.

El propósito de este trabajo es emplear y adaptar algunas herramientas estadísticos para luego aplicarlo a la data que se han ido recolectando a través de los años, dado que la recolección de dicha data dependen de instrumentos de medición de cada uno de los elementos meteorológicos, estas pueden producir impurezas o hasta podría faltar datos por recolectar debido a factores como: descalibración del instrumento, mantenimiento de aparato, otros. Para reducir estas impurezas, es necesario depurar y homogeneizar la data obtenida por medio de los instrumentos, con el fin de poder realizar estimaciones, detección de anomalías, errores y además, rellenar los datos faltantes a través de construcción de series de referencias.

REFERENCIAS

[1] P. GUIJARRO Climatol: Software Libre para la Depuración y Homogeneización de Datos Climatológicos. *El clima, entre el Mar y la Montaña (García-Codron et al., eds.), Asociación Española de Climatología,* (2004) A-4:493-502.

[a] Email: `fjcedeno@uc.edu.ve`
[b] Email: `ejguevara@uc.edu.ve`
[c] Email: `adcho@uc.edu.ve`

TLC para las Raíces de Polinomios Trigonométricos Gaussianos: Fórmula de Rice, Desarrollos de Hermite y el Teorema del Cuarto Momento una Mezcla Interesante.

José R. León[1a]

[1] UCV.

Las raíces de la siguiente sucesión de polinomios han sido objeto de mucho estudio en el pasado reciente

$$Z_n(t) = \frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{k=1}^{n} a_k \cos kt + b_k \sin kt,$$

aquí las variables aleatorias a_k y b_k son $N(0,1)$ e independientes. El proceso Z_n resulta un proceso Gaussiano estacionario de media cero. La versión reescalada $Y_n(t) := Z_n(\frac{t}{n})$ tiene una función de covarianza $r_n(t)$ que converge a la función seno cardinal $r(t) = \frac{\sin t}{t}$. Si se define Y al proceso que tiene como covarianza esta última función, se sabe que la sucesión de variables aleatorias $N^{Y}_{[0,T]}(0) = \#\{t \leq T : Y(t) = 0\}$ centrada y normalizada satisface un TCL cuando $T \to \infty$. Al usar la proximidad en el caos de ItÃ´-Wiener entre las variables aleatorias $N^{Y_n}_{[0,2\pi n]}(0) = \#\{t \leq 2\pi n : Y_n(t) = 0\}$ y $N^{Y}_{[0,2\pi n]}(0)$, se puede deducir el TCL para for $N^{Y_n}_{[0,2\pi n]}(0)$. Más aún, si se considera una modificación del método, que no implica aproximación alguna, se puede también estudiar el caso de los polinomios con sólo términos cosenos. Esto es polinomios donde los b_k son todos iguales a cero. Esos polinomios no son estacionarios pero se puede demostrar también que el número de sus raíces satisface un TLC.

[a] Email: `jleon@euler.ciens.ucv.ve`

Modelos de Estimación con Efecto Espacio-Temporal de las Mrnas de Hierro del Cerro San Joaquín, Estado Bolivar, Venezuela.

Luis Araya[1a], Isabel Llatas[1b]

[1] Universidad Simón Bolívar.

En este estudio se obtuvieron las probabilidades de la presencia de menas de hierro en el cerro San Joaquín, al norte del municipio bolivariano Angostura, estado Bolívar, Venezuela, a partir de datos muestrales georeferenciados. Se construyeron modelos de regresión logístico binomial para las menas usando dosificación química y considerando el aspecto espacial de las variables y el aspecto temporal de las campañas de muestreo. Las menas de hierro, costras, finos negros y finos marrones, se consideraron dependientes de las variables químicas sílice, alúmina, pérdida por calcinación, fósforo y manganeso. Una vez determinadas las variables regresoras químicas adecuadas para el modelo de cada litología, se verificó la falta de estructura espacial en los residuos del modelo utilizando el Índice de Moran. Los modelos resultantes fueron los siguientes:

$$\pi_{(costra)} = \frac{e^{1,23AL2O3+1,28log(PPC)-0,15SIO2-0,80AL2O3}}{1+e^{1,23AL2O3+1,28log(PPC)-0,15SIO2-0,80AL2O3}} \tag{5}$$

$$\pi_{(finosnegros)} = \frac{e^{0,16SIO2-0,98PPC}}{1+e^{0,16SIO2-0,98PPC}} \tag{6}$$

$$\pi_{(finosmarrones)} = \frac{e^{-0,23SIO2-0,40PPC-0,80log(SIO2)-0,30log(AL2O3)}}{1+e^{-0,23SIO2-0,40PPC-0,80log(SIO2)-0,30log(AL2O3)}} \tag{7}$$

Es posible aplicar un nuevo método kriging indicador mediante modelos generalizados mixtos espacio-temporal de menas con dosis químicas experimentales, que permiten obtener las probabilidades de ocurrencia de cada tipo litológico utilizando el modelo de kriging de la química.

[a] Email: `02-82208@usb.ve`
[b] Email: `llatas@usb.ve`

Polynomial Chaos Based on the Parallelized Ensamble Kalman filter to Estimate Precipitation States.

Victor Griffin[1a], Saba Infante[1b], José Marcano[1c], **Luís Sánchez**[2d]
[1] Departamento de Matemáticas, Facultad de Ciencia y Tecnología, Universidad de Carabobo, Valencia, Venezuela.
[2]Departamento de Matemáticas, Facultad de Ciencias de la Educación, Universidad de Carabobo, Valencia, Venezuela.

This article develops a methodology combining methods of numerical analysis and stochastic differential equations with computational algorithms to treat problems which have complex nonlinear dynamics in high dimensions. A method to estimate parameters and states of a dynamic system is proposed inspired by the parallelized ensamble Kalman filter (PEnKF) and the polynomial chaos theory of Wiener-Askey. The main advantage of the proposal is in providing a precise efficient algorithm with low computational cost. For the analysed data, the methods provide good predictions, spatially and temporally, for the unknown precipitation states for the first 24 hours. Two goodness of fit measures provide confidence in the quality of the model predictions. The performance of the parallel algorithm, measured by the acceleration and efficiency factors, shows an increase of 7% in speed with respect to the sequential version and is most efficient for $P = 2$ threads.

REFERENCIAS

[1] L. SÁNCHEZ, S. INFANTE, J. MARCANO, AND V. GRIFFIN, Polinomial Chaos based on the parallelized ensamble Kalman filter to estimate precipitation states, STATISTICS, OPTIMIZATION AND INFORMATION COMPUTING, (2015), Volumen:3, 79-95, ISSN 2310-5070.

[a] Email: `vgriffin@uc.edu.ve`
[b] Email: `sinfante@uc.edu.ve`
[c] Email: `jmarcano@uc.edu.ve`
[d] Email: `sluis@uc.edu.ve`

Modelaje de la Volatilidad en series Financieras Agrícolas Vía un Modelo EGARCH(1,1)-M.

Pedro Peña[1a]

[1] Departamento de Análisis Estadístico y Modelaje Matemático, GM COMMODITIES, Valencia, Venezuela.

Uno de las preocupaciones de los inversionistas y de los agentes que actuan en el mercado financiero es poder tener una medida aproximada del riesgo que presentan las inversiones que se realizan. Una manera de medir este riesgo es a través de la volatilidad asociada a la rentabilidad de los activos y que se define como la varianza condicional asociada a esta rentabilidad. En este trabajo se propone modelar la volatilidad usando un modelo EGARCH(1,1) (GARCH exponencial), que tiene las ventajas sobre otros modelos de la familia GARCH de poder manejar la asimétrica de la volatilidad que se presenta ante las subidas y bajadas de la rentabilidad, e imponer condiciones que garanticen que la varianza resulte no negativa, pero con la particularidad de incluir tambiÃ©n la volatilidad en la media usando un modelo AR(1), y asÃ caracterizar mucho mejor el comportamiento propio inherente a la rentabilidad de las series financieras. El ajuste e inferencia del modelo se realizo bajo la metodología Bayesiana usando métodos de Monte Carlo con Cadenas de Markov (MCMC) como son los algoritmos de Gibbs y Metrópolis-Hasting. La validación de la metodología propuesta se ilustró haciendo uso de la serie de los contratos a futuros de commodities agrícolas. Los resultados indican que el modelo propuesto captura adecuadamente el comportamiento de la volatilidad aun en caso de asimetrías dada la innovación de incluir también la volatilidad en el parámetro de la media del modelo.

REFERENCIAS

[1] T. BOLLERSLEV, Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of Econometrics 31, pp. 177-181.* published 1986.
[2] D. B. NELSON, Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: A New Approach, Vol. 59, No 2 (Mar., 1991), 347-370.
[3] POON AND GRANGER, Forecasting Volatility in Financial Markets: A Review, *Journal of Economic Literature*, 41(2): 478-539, 2003.
[4] S. TAYLOR, Modelling financial time series, *Wiley*, 1986.

[a] Email: `parreaza@gmcommodities.com,parreaza19@gmail.com`

A Robbins Monro Algorithm for Nonparametric Estimation of Functional AR Process with Markov-switching: Asymptotic Normality

Lisandro Fermín[1a], **Ricardo Ríos**[2b], Luis-Angel Rodríguez[3c]

[1] Universidad de Valparaíso.
[2] Universidad Central de Venezuela.
[3] Universidad de Carabobo.

This work is the second part of our study started with Fermín *et al* [1] (2014). We consider the Nadaraya-Watson type estimator for autoregressive processes with Markov switching. In this context the estimator of regression funtions is interpreted as solution of a local weighted least-square problem, which is not a closed-form solution in the case of hidden Markov switching. We have introduced in the first work, a restauration estimation Robbins-Monro algorithm in order to approximate the estimator. Here we obtain the central limit theorems for the non-parametric estimators, whenever the markov chain is observed or not.

REFERENCIAS

[1] L. FERMÍN, R. RÍOS AND L. A. RODRÍGUEZ, A Robbins Monro algorithm for nonparametric estimation of the functional AR process with Markov-switching: consistency, *r arXiv:1407.3747v5 [math.ST]*, 1:29, 2014.

[a] Email: lisandro.fermin@uv.cl
[b] Email: ricardo.rios@ciens.ucv.ve
[c] Email: larodri@uc.edu.ve

Sesión

Sistemas Dinámicos Continuos y Discretos

Approximate Controllability of Semilinear Non-Autonomous Systems With Impulse in Hilbert Spaces

H. Leiva [1a], J. Sanchez [2b] and **A. Tineo Moya** [3c]

[1] Universidad de los Andes, Facultad de Ciencias, Departamento de Matemática, Mérida - Venezuela
[2] Universidad Central de Venezuela, Facultad de Ciencias, Departamento de Matemática, Caracas - Venezuela
[3] Universidad de los Andes, Departamento de Física y Matemática, Trujillo - Venezuela

In this paper we apply Banach-Steinhaus Theorem to prove the controllability of the following Semilinear Impulsive Nonautonomous Systems of Differential Equations. This is done by employing skew-product semi-flows technique. As an application we prove the approximate controllability of a broad class of non-autonomous semilinear reaction diffusion equations which includes the semilinear heat equation.

REFERENCIAS

[1] D. Barcenas, S.N. Chow, H. Leiva and A. Tineo Moya, *Skew-Product Semi-Flows and Non-Autonomous Control Systems*, J. Math. Anal. Appl. 381(2011) 247-262.

[2] D. Barcenas, H. Leiva and Z. Sivoli, *A Broad Class of Evolution Equations are Approximately Controllable, but Never Exactly Controllable.* IMA J. Math. Control Inform. **22**, no. 3 (2005), 310–320.

[3] A.E. Bashirov and N. Ghahramanlou, *On Partial Approximate Controllability of Semilinear Systems.* Cogent Engineering, 1 (2014), doi:10.1080/23311916.2014.965947.

[4] A.E. Bashirov and N. Gahramanlou, *On partial S-controllability of semilinear partially observable systems.* International Journal of Control, (2014), doi:10.1080/00207179.2014.986763.

[5] A.E. Bashirov, N. Mahmudov, N. Semi and H. Etikan, *On Partial Controllability Concepts.* Inernational Journal of Control, Vol. 80, Nº. 1, January 2007, 1-7.

[6] A. Carrasco, H. Leiva, J.L. Sanchez and A. Tineo M, *Approximate Controllability of the Semilinear Impulsive Beam Equation with Impulses*. Transaction on IoT and Cloud Computing 2(3) 70-88, 2014.

[7] D. N. Chalishajar, *Controllability of Impulsive Partial Neutral Funcional Differential Equation with Infinite Delay.* Int. Journal of Math. Analysis, Vol. 5, 2011, No. 8, 369-380.

[8] Lizhen Chen and Gang Li, *Approximate Controllability of Impulsive Differential Equations with Nonlocal Conditions.* International Journal of Nonlinear Science, Vol.10(2010), No. 4, pp. 438-446.

[9] G. Isac, *On Rothe's Fixed Point Theorem in General Topological Vector Space*, An. St. Univ. Ovidius Constanta, Vol. 12(2), 2004, 127-134.

[10] V. Lakshmikantham, D. D. Bainov and P.S. Simeonov, *Theory of Impulsive Differential Equations*, World Scientific, Singapore, 1989.

[11] Hugo Leiva, *Approximate Controllability of Semilinear Impulsive Evolution Equations*, Abstract and Applied Analysis, Vol. 2015, Article ID 797439, 7 pages

[12] Hugo Leiva, *Controllability of Semilinear Impulsive Nonautonomous Systems*, International Journal of Control, 2014, `http/dx.doi.org/10.1080/00207179.2014.966759`.

[13] H. Leiva, *Rothe's Fixed Point Theorem and Controllability of Semilinear Nonautonomous Systems*. System and Control Letters 67 (2014) 14-18.

[14] H. Leiva and N. Merentes, *Approximate Controllability of the Impulsive Semilinear Heat Equation*. Journal of Mathematics and Applications, Nº. 38, pp 85-104 (2015)

[15] H. Leiva, N. Merentes, J.L., Sanchez and A. Tineo Moya, *Approximate Controllability of Semilinear Non-Autonomous Systems in Hilbert Spaces*, Advances in Dynamical Systems and Applications, vol. 10, No. 1, año 2015, 57–75

[16] B. Radhakrishnan and K. Blachandran, *Controllability Results for Semilinear Impulsive Integrodifferential Evolution Systems with Nonlocal Conditions.*, J. Control Theory Appl. 2012, 10(1), 28-34.

[17] A. M. SAMOILENKO AND N. A. PERESTYUK, *Impulsive Differential Equations*, World Scientific, Singapore, 1995.
[18] S. SELVI AND M. MALLIKA ARJUNAN, *Controllability Results for Impulsive Differential Systems with Finite Delay* J. Nonlinear Sci. Appl. 5 (2012), 206-219.

[a] Email: hleiva@ula.ve
[b] Email: casanay085@hotmail.com
[c] Email: atemoya@ula.ve

Cálculo de Splitting Exponencialmente Pequeño usando Diferenciación Automática

Oswaldo J Larreal B[1a]

[1]Universidad del Zulia. Facultad Experimental de Ciencias

Dada una ecuación diferencial que tiene al menos dos puntos críticos, determinar la existencia de una conexión heteroclínica 1- dimensional entre ellos en general no es trivial si tenemos que el splitting que los relaciona es exponencialmente pequeño, el método propuesto para determinar la existencia de conexión heteroclinica es usar aritmética de multiprecisión (GMP) con un método de resolución numérica de ecuaciones diferenciales óptimo con un error inferior al calculo exponencial, por ello se propone usar el método de diferenciación automática.

REFERENCIAS

[1] E. FONTICH AND C. SIMÓ. The splitting of separatrices for analytic diffeomorphisms. *Ergodic Theory Dynam. Systems*, 10(2):295–318, 1990.
[2] C. SIMO. On the Analytical and Numerical Approximation of Invariant Manifolds.In D. Benest and C. Froeschle, editors, *Modern Methods in Celestial Mechanics*, pages 285–+, 1990.
[3] ÀNGEL JORBA AND MAORONG ZOU. A software package for the numerical integration of ODEs by means of high-order Taylor methods. *Experiment. Math.*, 14(1):99–117, 2005.
[4] I. BALDOMÁ AND T. M. SEARA. Breakdown of heteroclinic orbits for some analytic unfoldings of the hopf-zero singularity. *J. Nonlinear Sci.*, 16(6):543–582, 2006.

[a] Email: `olarreal@gmail.com`

Ecuaciones con retardo en espacios de sucesiones

Luis Gerardo Mármol Bosch[1a]

[1]Universidad Simón Bolívar

Consider the l_p spaces consisting of the p-power summable sequences, with the p-norm. Consider also the subspace of null sequences c_0 consists of all sequences whose limit is zero.

Let X be $l_p, 1 \leq p < \infty$ or c_0. Consider the following equation

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A_0\, x(t) + \sum_{i=1}^{n} A_i\, x(t-h_i), \quad t \geq 0 \\ x(0) &= r, \\ x(\theta) &= f(\theta), \qquad\qquad -h_n \leq \theta < 0, \end{aligned} \tag{8}$$

where $0 < h_1 < \ldots < h_n$ are the delaying points, $x(t) \in X$ for $t > 0$, $A_i \in B(X)$, $i = 0, \ldots, n$ and $f : [-h_n, 0] \to X$ must also satisfy $f(0) = x(0) = r$ and $f(\theta) \neq 0$ for every θ such that $-h_n \leq \theta < 0$. Here, the convergence is in the norm of X.

The fundamental concepts of derivative and integral for vector functions of a single variable can be extended to a function $F : [0, \infty) \to X$. We simply express F as a function of its components and do the calculus operations on that components, i.e., If $F(t) = \{f_i(t)\}_{i=1}^{\infty}$, we have $F'(t) = \{f_i'(t)\}_{i=1}^{\infty}$ and $\int_a^b F(t)\, dt = \left\{ \int_a^b f_i(t)\, dt \right\}_{i=1}^{\infty}$.

In view of these definitions, it is easily checked that the basic theorems about continuity, differentiability and integrability are also valid in this case. Using standard arguments, it can also be proven that

$$\left|\left| \int_0^t x(s)\, ds \right|\right|_X \leq \int_0^t ||x(s)||_X\, ds.$$

We also have, as usual, $e^{At} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(t\,A)^k}{k!}$ for $A \in B(X)$.

Note that the functions $x \in X$ which we are working with should satisfy

i) $x(t) \in X$ for every $t \geq 0$.

ii) $x'(t) \in X$ for every $t \geq 0$.

iii) $g(t) = \int_a^t x(s)\, ds \in X$ for every $t \geq 0$.

$x(t) = \left\{ \frac{e^{\lambda t}}{i^q} \right\}_{i=1}^{\infty}$, where $\lambda \in \mathbb{C}$ and $q \geq \frac{1}{p}$ is a example of this. More generally, the same is true for $y(t) = \{g(t)\, a_i\}_{i=1}^{\infty}$, where $\{a_i\}_{i=1}^{\infty} \in X$ and g is differentiable function on $\mathbb{R}$.

In the next pages we will show that (8) can be rewritten as an abstract differential equation of the form

$$\begin{aligned} \dot{z}(t) &= A\, z(t) \\ z(0) &= z_0, \end{aligned} \tag{9}$$

where A is the infinitesimal generator of a c_0-semigroup $\{T_t\}_{t \geq 0}$ on a suitable Banach space, and we will prove some important properties of $\{T_t\}_{t \geq 0}$ and A (including some spectral properties). Finally, as an application, we will characterize the null-controllability by using some techniques from Functional

Analysis and Operator Theory. The control u is constrained to lie in a separable weakly compact subset Ω of an arbitrary Banach space U.

This is a common work with Dr. Carmen Judith Vanegas.

REFERENCIAS

[1] BÁRCENAS, D., DIESTEL, J. : *Constrained Controllability in Non-reflexive Banach Spaces*. Quaestiones Mathematicae 18(1995), 185-198.

[2] BÁRCENAS D., MÁRMOL L. G., *On the Adjoint of a Strongly Continuous Semigroup*, Abstract and Applied Analysis, vol. 2008, article id 651294 (2008).

[3] IAKOVLEVA, V., MANZANILLA, R., MÁRMOL, L.G., VANEGAS, C.J : *Solutions and Exact Controllability for a Mixed-Type Functional Differential equation*. Preprint.

[4] MANZANILLA, R., MÁRMOL, L.G., VANEGAS, C.J : *On the controllability of a differential equation with delayed and advanced arguments*. Abst. Appl. Anal. 2010, Article ID 307409 16p. (2010)

[a] Email: `lgmarmol@usb.ve`

Dinámica de un modelo depredador-presa con difusión, respuesta funcional del tipo Beddington-DeAngelis y retardo

Vincenzo D' Alessio [1a], Cosme Duque [2b]

[1]Universidad de los Andes

El objetivo de esta ponencia es describir la dinámica de un modelo depredador-presa con difusión (movimiento en un espacio determinado), con retardo distribuido (la población actual depende de la población en el pasado) y respuesta funcional del tipo Beddington-DeAngelis (manera de interacción de depredadores con depredadores y con presas); el sistema a estudiar es el siguiente

$$\begin{cases} \dfrac{\partial N}{\partial t} = D_1 \Delta N(x,t) + \varepsilon N(x,t)\left(1 - \dfrac{N(x,t)}{K}\right) - \dfrac{aN(x,t)P(x,t)}{1 + bP(x,t) + cN(x,t)} \\ \dfrac{\partial P}{\partial t} = D_2 \Delta P(x,t) - dP(x,t) + f\displaystyle\int_{-\infty}^{t}\int_{\Omega} \dfrac{\xi G(x,y,t-\tau)N(y,\tau)P(y,\tau)e^{-\xi(t-\tau)}}{1 + bP(y,\tau) + cN(y,\tau)} dy d\tau \end{cases}$$

donde Ω es un dominio acotado fijo en $\mathbb{R}^n$ con frontera suave y $G(x,y,t-\tau)$ denota la probabilidad de que una presa al ser consumida por un depredador en la posición y en Ω, en el tiempo $\tau < t$, contribuya al incremento, por un factor $e^{-\xi(t-\tau)}$ en el tiempo t, en la tasa de crecimiento de la densidad del depredador en la posición x.

Supondremos además, que a través de la frontera de Ω no hay intercambio de flujo de la presa y del depredador con el exterior, es decir, supondremos que el modelo está sujeto a condiciones de frontera del tipo Neumann homogéneas

$$\frac{\partial N}{\partial \nu}(x,t) = \frac{\partial P}{\partial \nu}(x,t) = 0 \ , x \in \partial\Omega, \ t > 0$$

donde $\partial/\partial\nu$ representa la derivada direccional en dirección del vector normal unitario exterior en $\partial\Omega$. Las condiciones iniciales vienen dadas de la forma usual

$$\begin{array}{r} N(x,t) = \varphi_1(x,t) \geq 0 \\ P(x,t) = \varphi_2(x,t) \geq 0 \end{array} \ , \quad x \in \Omega, \ t \leq 0$$

donde φ_1, φ_2 son funciones continuas y acotadas.

Entre las propiedades dinámicas más relevantes y fundamentales a estudiar caben destacar la disipatividad y permanencia de las especies, es decir, el crecimiento y la extinción de las densidades de población respectivamente; la existencia del atractor global, estabilidad y la no existencia de soluciones estacionarias no contantes.

REFERENCIAS

[1] BUTLER, G., FREEDMAN, H. I., WALTMAN, P., Uniformly persistence systems. J. Differential Equations 63 (1985) 425-430.

[2] CASTEN, R. G., HOLLAND, C. J., Stability Properties of Solutions to Systems of Raction-Diffusion Equations. SIAM J. Appl. Math. 33 (2) (1977) 353-364.

[3] J.M. CUSHING, Integro-differential equations and delay models in population dynamics. Lecture Notes in Biomathematics.Vol. 20, Springer-Verlag, Berlin, 1977.

[4] DUQUE C., Existence of Stable Periodic Orbits for a Predator-Prey Model with Beddington-DeAngelis Functional Response and Delay, African Diaspora Journal of Mathematics, Vol. 16, 2014.

[5] EVANS, L. C., Partial Differential Equations. American Mathematical Society Providence. Rhode Island. Vol. 19 (1998).
[6] HALE, J., Asymptotic Behavior of Dissipative Systems, American Mathematical Society, Providence, Rhode Island, Number 25, 1988.
[7] LIONS, J. L., Equations Differentielles Operationnelles. Springer-Verlag, New York (1968).
[8] LIZANA M., Ecuaciones Diferenciales Ordinarias, 2013.
[9] LIZANA M., MARÍN J., On the Dynamics of a Ratio Dependent Predator-Prey System with Diffusion and Delay, Discrete and Continuous Dynamical Systems-Series B, Vol. 6, Number 6, 2006.
[10] LOU, Y., AND NI, W. M., Diffusion, self-diffusion and cross-diffusion, J. Diff. Eqns., 131, (1996), 79-131.
[11] MCOWEN, R. C., Partial Differential Equations Methods and Applications. Prentice Hall. Second Edition (2003).
[12] SMITH HAL L., Monotone dinamycal systems: an introduction to the theory of competitive and cooperative systems. Mathematical Surveys and Monograhs. V.41. American Matehmatical Society, 1995.
[13] SMOLLER J., Shock Waves and Reaction-Diffusion Equations. Second Edition. Springer-Verlag, New York, 1994.

[a] Email: `dvincenzo@ula.ve`
[b] Email: `duquec@ula.ve`

Un teorema sobre dependencia de condiciones iniciales para una clase de multifunciones discontinuas

Vinicio Ríos[1a]

[1]Universidad del Zulia

Clásicamente, el teorema gracias al cual las soluciones de una ecuación diferencial dependen regularmente de las condiciones iniciales del problema es un resultado bien conocido y con útiles repercusiones. En esta charla anunciamos la contraparte de dicho resultado en el contexto de una inclusión diferencial Lipschitz Disipativa, no necesariamente continua con respecto a la métrica Hausdorff. Nuestro resultado invoca la noción de invarianza del flujo, la cual permite estimar distancias entre las trayectorias de la inclusión diferencial en función de sus condiciones iniciales.

REFERENCIA

[1] F. CLARKE, YU. LEDYAEV, R. STERN, AND P. WOLENSKI. Nonsmooth Analysis and Control Theory. *Springer*. GTM. **178**. (1998).

[2] T. DONCHEV, V. RÍOS, AND P. WOLENSKI. Strongly invariant systems and one-sided multifunctions. *Nonlinear Analysis: TM&A*. **60**. (2005) 849–862.

[a] Email: `vrios@demat-fecluz.org`

Approximate controllanility of descriptor semilinear discrete-time systems

Hugo Leiva [1a], **Miguel Narváez** [1b], Addison Ríos [2c]

[1] Universidad de Los Andes, Facultad de Ciencias.

[2] Universidad de Los Andes, Facultad de Ingeniería

In this paper, the approximate controllability of the Discrete-Time Descriptor Semilinear System (DTDSS)

$$Ex(n+1) = A(n)x(n) + B(n)u(n) + f(x(n), u(n)), \quad n \in \mathbb{N}^*,$$

is studied. There, $x(n) \in X$, $u(n) \in U$, where X, U are Hilbert spaces, $E \in L(X)$, $A \in l^\infty(\mathbb{N}, L(X))$, $B \in l^\infty(\mathbb{N}, L(U,X))$, $u \in l^2(\mathbb{N}, U)$ and the nonlinear term $f : X \times U \longrightarrow X$ is a suitable function.

In order to analyze the approximate controllability of the DTDSS, a linear transformation is considered, which allows to describe the DTDSS as the following semilinear difference equation

$$z(n+1) = A(n)z(n) + B(n)u(n) + f(z(n), u(n)), \quad n \in \mathbb{N}^*,$$

$z(n) \in Z$, $u(n) \in U$, where Z, U are Hilbert spaces, $A \in l^\infty(\mathbb{N}, L(Z))$, $B \in l^\infty(\mathbb{N}, L(U,Z))$, $u \in l^2(\mathbb{N}, U)$ and the nonlinear term $f : Z \times U \longrightarrow Z$ is a suitable function. Thus, the approximate controllability of the Discrete-Time Semilinear System (DTSS) is equivalent to the approximate controllability of the DTDSS. Thus, under some conditions to the nonlinear term f, the controllability of the linear equation is preserved under the nonlinear perturbation $f(z,u)$ is proved, which means that the approximate controllability of the DTDSS is also preserved. Finally, this result is applied to study the approximate controllability for the discrete version of the perturbed system

$$\ddot{x}(t,y) = -\Delta x(t,y) + \epsilon \Delta^{1/2} x(t,y) + \dot{x}(t,y) + u(t,y). \text{ on } (t,y) \in [0,\tau] \times \Omega$$

where Ω is a bounded domain in $\mathbb{R}^n$, $u \in L^2([0,\tau], Z)$, with $Z = L^2(\Omega, \mathbb{R}^n)$.

Referencias

[1] CURTAIN R.F. & PRITCHARD A.J. (1978). Infinite Dimensional Linear Systems, *Lecture Notes in Control and Information Sciences*, Vol. **8**. Springer Verlag, Berlin.

[2] CURTAIN R.F. & ZWART H.J. (1995). An Introduction to Infinite Dimensional Linear Systems Theory, *Text in Applied Mathematics*, Vol. **21**. Springer Verlag, New York.

[3] HENRY D. (1981). Geometry Theory of Semilinear Parabolic Equations, *Lectures Notes in Mathematics*, Vol. **840**. Springer Verlag, Berlin.

[4] LAKSHMIKANTHAM V. & TRIGIANTE D. (1998). Theory of Difference Equations: Numerical Methods and Applications, *Mathematics in Science and Engineering*, Vol. **181**.

[5] CHOW S. N. & LEIVA H. (1995). Existence and roughness of the exponential dichotomy for linear skew-product semiflows in Banach spaces, *J. Differential Equations*, **120**, pp. 429-477

[6] GAISHUM I. V. (2004). Controllability and stabilizability of discrte systems in a function space on a commutative semigroup, *Differ. Equations*, **40**, 873-882.

[7] KLAMKA J. (2002). Controllability of nonlinear discrete systems, *Int. J. Appl. Math. Comput. Sci.* **12**, 173-180.

[8] LEIVA H. (2003). A Lemma on C_0-Semigroups and Applications PDEs Systems. *Quaestions Mathematicae*, Vol. **26**, pp. 247-265.

[9] LEIVA H. & UZCATEGUI J. (2008). Exact controlllability for semilinear difference equation and application. *Journal of Difference Equations and Applications*, **14:7**, 671-679.

[10] LEIVA, H., & UZCATEGUI, J. (2008). Controllability of linear difference equations in Hilbert spaces and applications. *IMA Journal of Mathematical Control and Information*, **25**(3), 323-340.

[11] LEIVA, H. A., & UZCÁTEGUI, J. S. (2007). Exact controllability for semilinear difference equation and application. *Notas de matemática*, **3**(1), 1-12.
[12] MEGAN M., SASU A. L. & SASU B. (2001). On approximate controllability of systems associated to linear skew product semiflows. *Analele Univ*. I. Cuza, Iasi, **47**, 379-388.
[13] MEGAN M., SASU A. L. & SASU B. (2002). Stabilizability and controllability of systems associated to linear skew product semiflows. *Rev. Mat. Complut*.**15**, 599-618.
[14] SASU B. & SASU A.L. (2004). Stability and stabilizability for linear systems of difference equations. *Journal of Difference Equations and Applications*, Vol. **10**, No. 12, 1085-1105.
[15] SASU A.L. (2006). Stabilizability and controllability for systems of difference equations. *Journal of Difference Equations and Applications*, Vol. **12**, No. 8, 821-826.

[a] Email: hleiva@ula.ve
[b] Email: mnarvaez@ula.ve
[c] Email: ilich@ula.ve

Control del Sistema Mecánico Subactuado Pendubot Utilizando el Método IDA-PBC a través de la Asignación de una Matriz de Inercia Variable

Atilio Morillo Piña [1a], Maribel Pérez Pirela [1b]

[1]Universidad del Zulia, Facultad de Ingeniería

El sistema mecánico subactuado Pendubot, el cual en esencia es un mecanismo robótico fuertemente no lineal, con actuación únicamente en el extremo de uno de sus brazos, ha resistido los intentos de someterse a una ley de control, utilizando el método IDA-PBC, que funcione con una matriz de inercia constante para definir la dinámica objetivo. En este trabajo se presenta una solución para el control IDA-PBC, en el contexto de los sistemas Hamiltonianos con puertos y disipación, a través de la asignación de una matriz de coeficientes variables para la dinámica objetivo, con lo cual se logra resolver simultáneamente el problema del levantamiento del mecanismo y el problema de la estabilización. Tanto la estabilidad como la estabilidad asintótica del sistema en torno a la posición de equilibrio deseada se obtienen mediante la determinación de una función Hamiltoniana, que se interpreta como la energía total del sistema en lazo cerrado, y a la vez actúa como función de Lyapunov. Al final se muestran algunas simulaciones numéricas para ilustrar la eficiencia del control diseñado.
Palabras clave: control de sistemas no lineales, sistemas Hamiltonianos con puertos, estabilización de sistemas mecánicos subactuados.

[a] Email: `morilloatilio@gmail.com`
[b] Email: `mperezpirela@yahoo.es`

Un Procedimiento para la Obtención de Funciones de Lyapunov para Sistemas de Control Hamiltonianos con Disipación

Atilio Morillo Piña [1a], Maribel Pérez Pirela [1b]

[1]Universidad del Zulia, Facultad de Ingeniería

En este trabajo se propone un procedimiento constructivo para moldear el Hamiltoniano de un sistema de control Hamiltoniano con disipación, con el fin de obtener una función de Lyapunov para los puntos de equilibrio. La clave del procedimiento, motivados por consideraciones de balance de energía usuales en el campo del modelado basado en redes de sistemas físicos, consiste en insertar la dinámica del sistema en un sistema más grande para el cual pueden obteberse funciones invariantes de Casimir. El enfoque permite interpretar la función hamiltonian resultante como la energía total del sistema completo. Como estrategia de exposición se ha elegido la discusión del ejemplo de un generador de potencia eléctrica para ilustrar el procedimiento, ya que estos sistemas usualmente pueden operar en diferentes posiciones de equilibrio.

Palabras clave: sistemas de control no lineal, sistemas Hamiltonianos con puertos, control mediante el moldeado de la energía, método directo de estabilidad de Lyapunov.

[a] Email: `morilloatilio@gmail.com`
[b] Email: `mperezpirela@yahoo.es`

Sistemas alternantes con una discontinuidad y asintotas horizontales en la recta real

Blasdimir Ruiz Leal [1a], Sergio Muñoz

[1]Universidad de Los Andes

Consideraremos aplicaciones de la forma $f : \mathbb{R} \setminus 0 \to \mathbb{R}$, continua, creciente en cada componente conexa de $\mathbb{R} \setminus 0$, $f^{-1}(0) \neq \emptyset$, $\lim_{x\to 0^-} f(x) = +\infty$ y $\lim_{x\to 0^+} f(x) = -\infty$. Este tipo de aplicaciones son llamadas *Sistemas Alternantes Crecientes*. Denotamos f_- a la restricción de f a $(-\infty, 0)$ y f_+ la restricción de f a $(0, +\infty)$. Es bien conocido que si las pre-imagenes de 0 de f_- y f_+ existen de todos los ordenes,es decir, $f_-^{-n}(0) \neq \emptyset$ y $f_+^{-n}(0) \neq \emptyset$ para todo natural $n > 0$, entones f es expansiva si, y solo si, f es transitiva, ver [1] y [2]. Una pregunta natural es: Podemos obtenr el mismo resultado para un orden finito de pre-imagenes de 0?, es decir, $f_-^{-m}(0) \neq \emptyset$ o $f_+^{-n}(0) \neq \emptyset$ para un número finito de valores de $m > 0$ o $n > 0$. Aquí resolvemos el caso en que $m = 1$ y $n = 1$. Para este caso f tiene dos asíntotas horizontal y mostramos que f es transitiva bajo condiciones de expansividad.

Palabras clave: Sistemas Alternante, transitividad, expansividad.

Referencia

[1] S. Muñoz, *Robust transitivity and ergodicity of transformations of the real line and the real plane* IMPA, Doctoral Thesis (2006).

[2] S. Muñoz, *Robust transitivity of maps of the real line*. Accepted for publication in Discrete and Continuous Dynamical systems - Series A. (2014).

[a] Email: `bladismir@gmail.com`

Sesión

Tesis y Poster

Una aplicación del Teorema Espectral.

Cecilia Chiquinquira Arandias Puche [1a], Daniel Nuñez[1b] , Oswaldo Larreal[1c]

[1] Facultad Experimental de Ciencias, Universidad del Zulia.

Este trabajo explora algunas vías elementales para demostrar el clásico Teorema de Oscilación para ecuaciones de Hill, un tipo de ecuaciones diferenciales de segundo orden con coecientes periódicos que juega un papel central en las aplicaciones. Este notable resultado está relacionado con las propiedades de estabilidad de la ecuación de Hill considerada, y proporciona una suceción infinita y no acotada de valores reales del parámetro de perturbación (el espectro) para los cuales la perturbación lineal de la ecuación de Hill tiene soluciones periódicas ó antiperiódicas.

Entre algunos valores espectrales aparecen los así llamados intervalos de estabilidad y alternadamente también intervalos de inestabilidad. El objetivo de este trabajo es aclarar algunas demostraciones clásicas de este resultado, manteniendo un nivel matemático más acorde con los estudios de pregrado. La metodología consiste en el estudio de los signos para las derivadas de la función discriminante hasta el segundo orden en los valores espectrales y el uso de sus propiedades analíticas y oscilatorias.

Referencias

[1] W. Magnus and S. Winkler, Hill's Equation. *Dover Publications*, Inc. 180 Varick Street. New York, N. Y. 10014, (1979).

[a] Email: `cecilia.arandias@gmail.com`
[b] Email: `dnunezet@gmail.com`
[c] Email: `olarreal@gmail.com`

Análisis de la Inflación en Venezuela mediante la Regresión de Series de Tiempo. Período 1960-2013.

Leonardo Quero[1a], Gustavo Machado[1b]

[1] Facultad de Ciencias Económicas y Sociales, Universidad del Zulia.

Bajo el instrumental de la Teoría Cuantitativa del Dinero, se busca estudiar el problema de la inflación en Venezuela a través de un modelo econométrico de series de tiempo como herramienta analítica, utilizando información estadística que abarca el período 1960-2013. De acuerdo a las regresiones efectuadas y la muestra seleccionada, los resultados obtenidos confirman la hipótesis de una relación positiva entre la inflación y la liquidez monetaria, planteada expresamente en la teoría.

Palabras Clave: modelo econométrico, series temporales, inflación, política monetaria.

[a] Email: `leonardoquerov@gmail.com`
[b] Email: `gustavo.machado1974@gmail.com`

Propiedades geométricas de polígonos en planos de Minkowski.

Loidybeth M. Carrillo Colmenares[1a], Tobías Rosas Soto[1b]

[1] Universidad del Zulia.

Debido al gran uso de los planos normados en el desarrollo de la Matemática y sus aplicaciones, es importante saber cuáles propiedades geométricas se satisfacen en dichos planos. En este trabajo concentraremos nuestro estudio en las propiedades geométricas existentes en ciertos polígonos tales como: cuadriláteros; pentágonos; y hexágonos en el plano de Minkowski $\mathbb{R}^2$. Para ello estudiaremos las relaciones geométricas de k puntos distintos en el plano normados y afín $\mathbb{R}^2$ con $k = 5, 6, 7$. Se definirá la noción de antipentágono y antihexágono para un pentágono y hexágono inscrito en una circunferencia en el plano normados y afín $\mathbb{R}^2$, respectivamente. Además, se generalizarán dichas nociones para cualquier pentágono y hexágono en el plano normados y afín $\mathbb{R}^2$, con respecto a un punto cualquiera, a través del estudio de propiedades geométricas afines entre dicho punto y los vértices del respectivo polígono en $\mathbb{R}^2$. También se generalizará la noción de anticuadrilátero para cualquier cuadrilátero en el plano $\mathbb{R}^2$ con respecto a un punto cualquiera del plano. Se determinarán las relaciones geométricas del baricentro de un polígono, su antipolígono, los triángulos formados por sus vértices y algunos puntos relacionados con dichos triángulos, tales como: baricentros, circuncentros y $\mathcal{C}$-ortocentros, (cuando estos existan)respectivamente.

Palabras Claves: Planos de Minkowski, polígonos, baricentro, $\mathcal{C}$-ortocentro, antipolígonos.

REFERENCIAS

[1] A. C. THOMPSON , Minkowski geometry. Encyclopedia of Mathematics and Its Applications. 63. *Cambridge University Press*. Cambridge. ISBN 0-521-40472-X. 1996.

[2] D. ROMERO, Geometría de Minkowski en $\mathbb{R}^2$. Trabajo Especial de Grado. *Universidad del Zulia*, Maracaibo,Venezuela. 2012.

[3] H. MARTINI, K. J. SWANEPOEL AND G. WEISS, The Geometry of Minkowski Spaces - A Survey. Part I. *Expositiones Math.* 19,97-142. 2001.

[4] H. MARTINI AND K. J. SWANEPOEL, The Geometry of Minkowski Spaces - A Survey. Part II. *Expositiones Math.* 22, 93-144. 2004.

[5] H. MARTINI AND M. SPIROVA, The Feuerbach circle and orthocentricity in normed planes. *LÉnseignement Mathematique*. 53(2), 237-258. 2007.

[6] H. MARTINI AND S. WU, On Orthocentric Systems in Strictly Convex Normed Planes. *Extracta Mathematicae*. 24(1), 31-45. 2009.

[7] M. E. VILLEGAS, Caracterizaciones de euclidianidad para el plano. Trabajo Especial de Grado. *Universidad del Zulia*, Maracaibo, Venezuela. 2012.

[8] R. A. JOHSON, Advanced Euclidean Geometry. *Dover Publications*, Inc., Mineola, New York. ISBN-10: 0-486-46237-4. 2007.

[9] S. WU., Geometry of Minkowski Planes and Spaces â€“ Selected Topics. Ph. D. Thesis. *Chemnitz University of Technology*. 2009.

[10] T. ROSAS AND W. PACHECO , Orthocentric systems in Minkowski planes. *Beiträge zur Algebra und Geometrie (BZAG)*. 56(1), 249-262. ISSN 0138-4821. 2014.

[11] T. ROSAS, $\mathcal{C}$-ortocentros y sistemas $\mathcal{C}$-ortocéntricos en planos de Minkowski. *Aleph Sub-cero. Serie divulgaciones* **II**, 104-132. 2014.

[12] T. ROSAS, H Sistemas Ortocéntricos en planos de Minkowski y Euclidianidad. Tesis doctoral. *Universidad Centroccidental Lisandro Alvarado*, Barquisimeto, Venezuela. 2014.

[13] T. ROSAS, Sistemas $\mathcal{C}$-ortocéntricos, bisectrices y euclidianidad en planos de Minkowski. *Boletín de la AMV*, Vol. XXII (1), 51-67. 2015.

[14] T. Rosas, Sistemas $\mathcal{C}$-ortocéntricos y circunferencia de Feuerbach para cuadriláteros en planos de Minkowski. *Boletín de la AMV*, Vol. XXII (2), 125-141. 2015.
[15] Versión para Windows del programa GeoGebra, disponible en: `http://www.geogebra.org/installers`.

[a] Email: `loidy_16@hotmail.com`
[b] Email: `trosas@demat-fecluz.org`

Sesión

Topología y Geometría

Convergencia Kuratowski Casi Siempre de Sucesiones de Multifunciones Medibles.

Jonathan Linares[1a]

[1]Departamento de Medición y Evaluación, Facultad de Humanidades y Educación, ULA

Si (Y, d) es un espacio métrico, $CL(Y)$ denota la colección de los subconjuntos cerrados y no vacíos de Y, mientras que $K(Y)$ denota la colección de los subconjuntos compactos y no vacíos de Y. Por su parte, siendo (X, Ω) un espacio medible, una multifunción $F : (X, \Omega) \longrightarrow CL(Y)$ es medible cuando $F^{-1}(V) \in \Omega$ para cualquier conjunto V abierto en Y. En $CL(Y)$ se pueden definir algunas topologías que preservan la medibilidad de la multifunción límite de una sucesión de multifunciones medibles. Se consideran entonces, en principio, modos de convergencia topológicos que preservan la medibilidad de la multifunción límite. Por su parte, si (A_n) es una sucesión en $CL(Y)$, L_iA_n y L_sA_n denotan, respectivamente, los conjuntos

$$\{y \in Y : \text{ para cada } \epsilon > 0, \exists n_0(\epsilon) \text{ t.q.} n \geq n_0 \Rightarrow B_\epsilon(y) \cap A_n \neq \emptyset\}$$

y

$$\{y \in Y : \text{ para cada } \epsilon > 0 \; y \text{ cada } n_0, \exists n \geq n_0 \text{t.q.} B_\epsilon(y) \cap A_n \neq \emptyset\},$$

los cuales son cerrados en Y.

Cuando $A \in CL(Y)$ y $L_iA_n = A = L_sA_n$, la sucesión (A_n) es Kuratowski convergente a A. Según [3], si Y es localmente compacto, entonces la convergencia de Kuratowski es topológica, mientras que en caso contrario no lo es. A su vez, en [1], aparece el siguiente resultado: Si (X, Ω) es un espacio medible, (Y, d) es un espacio métrico $\sigma-$compacto, (F_n) es una sucesión de multifunciones medibles de X en $CL(Y)$ que es Kuratowski convergente a una multifunción F de X en $CL(Y)$, entonces F es medible.

En esta propuesta de ponencia se presenta el siguiente resultado: Si (X, Ω, μ) es un espacio de medida completo, (Y, d) es un espacio métrico $\sigma-$compacto, (F_n) es una sucesión de multifunciones medibles de X en $CL(Y)$ que es Kuratowski convergente $\mu-$casi siempre a una multifunción F de X en $CL(Y)$, entonces F es medible.

REFERENCIAS

[1] G. BEER, Topologies on closed and closed convex sets. *Kluwer Academic Publisher*, Dordrecht. (1993).
[2] S. HU & N. PAPAGEORGIUO, Handbook of Multivalued Analysis. Vol. 1. *Kluwer Academic Publisher*, Dordrecht. (1997).
[1] E. KLEIN & A. THOMPSON, Theory of Correspondences. *John Wiley and Sons Inc.*, USA. (1984).

[a] Email: `jonathanl@ula.ve,jonathandejesusl@yahoo.es`

Generalizaciones de resultados de la geometría elemental en espacios de Minkowski.

Wilson Pacheco[1a], John Vargas[1b]

[1] Departamento de Matematicas, FEC-LUZ, Maracaibo - Venezuela.

Son bien conocidos en la geometría plana clásica muchos resultados relacionados con los triángulos, algunos de estos resultados se pueden extender, en dimensiones superiores en la geometría euclidiana clásica, a lo que se considera las generalizaciones de los triángulos, los simplex o n-simplex. Entre los conceptos y resultados que se extienden a dimensiones mayores se encuentran; el circuncentro, el baricentro, el punto de Monge de un simplex, la recta de Euler y análogos a la circunferencia de Feuerbach. Por otro lado, los conceptos geométricos cuyas definiciones dependen de la ortogonalidad deben definirse en espacios de Minkowski con otra propiedad geométrica equivalente. Haciendo uso de esta nueva definición de los objetos geométricos, se ha visto que algunas propiedades geométrica clásicas para triángulos y en algunos casos para n-simplex son ciertas en espacios de Minkowski en general. Nuestra intención es hacer notar que para algunos resultados lo relevante en la demostración es que los vértices del objeto geonétrico involucrado están todos en una esfera del espacio de Minkowski.

REFERENCIAS

[1] E. ASPLUND AND B. GRÜNBAUM, On the geometry of Minkowski planes. *LÉnseignement Mathematique*, 6 (2) (1961), 299–306.

[2] M, HAJJA AND H. MARTINI, , Orthocentric simplices as the true generalizations of triangles. *The Mathematical Intelligencer*. 35 (2013), 16–27.

[3] A. THOMPSON, Minkowski Geometry. Encyclopedia of Mathematics and Its Applications. Vol. 63. *Cambridge University Press.* Cambridge, USA. (1996).

[a] Email: `wpachecoredondo@gmail.com`

[b] Email: `varjohn@gmail.com`

Ciclos Halmiltonianos que Pasan a Través de Lados Dados de un Bosque Lineal.

Yusleidy Alcalá[1a], Daniel Brito[1b], Lope Marín[1c], **Henry Ramirez**[1d]

[1] Universidad de Oriente.

Sea $G = (V_1 \bigcup V_2, E)$ un grafo bipartito de orden $2n$, con $|V_1| = |V_2| = n$. Un bosque lineal es un grafo en el cual cada componente es un camino. Sea F un bosque lineal en G, tal que $|E(F)| = m$. En este trabajo, probamos que si $d(u) + d(v) \geq (n+1) + m$ para cada par de vértices no adyacentes x y y de G con $x \in V_1$, y $y \in V_2$, entonces G contiene ciclos hamiltonianos para cada número de lados de $E(F)$ desde 0 hasta m.

REFERENCIAS

[1] R. DIESTEL, Graph Theory. Second edition. *Springer*. United States of America. 2000.
[2] T. SUGIYAMA, Hamiltonian Cycles Through a Linear Forest. *Journal of Mathematics*. Vol. 40 No. 2, (2004) 103-109.

[a] Email: `yusalca@gmail.com`
[b] Email: `danieljosb@gmail.com`
[c] Email: `lmata73@gmail.com`
[d] Email: `hlramirez6@hotmail.com`

Función local generalizada vía operadores asociados a una topología.

José Tormet[1a] , Margot Salas-Brown[1b]

[1] Departamento de Matemáticas, Escuela de Ciencias, Núcleo de Sucre, Universidad de Oriente, Cumaná, Venezuela.

Dado un ideal $\mathcal{I}$ sobre un espacio topológico (X,τ), la función local de un subconjunto A de X, $A^\star(\mathcal{I},\tau)$, es introducida en 1933 por Kuratowski [2], como una generalización del concepto clásico de clausura. En 1979 Kasahara [1], introduce el concepto de operador asociado a una topología como una aplicación $\gamma:\tau\to P(X)$ tal que $U\subset\gamma(U)$ para cada $U\in\tau$. En esta charla trataremos sobre una generalización de la función local , haciendo uso de operadores asociados a una topología de la siguiente manera:

$$A^\star_\gamma(\mathcal{I},\tau)=\{x\in X:\gamma(U)\cap A\notin\mathcal{I}\text{ para cada }U\in\tau(x)\},$$

donde $\tau(x)=\{U\in\tau:x\in U\}$. Se estudian propiedades de $A^\star_\gamma(\mathcal{I},\tau)$ y además, se caracteriza cierto tipo de compatibilidad de la topología τ con el ideal $\mathcal{I}$, utilizando el operador $A^\star_\gamma(\mathcal{I},\tau)$.

REFERENCIAS

[1] S. KASAHARA, Operation-compact spaces. *Math.Japonica*. 24, 1 (1979), 97–105.
[2] K. KURATOWSKI,Topologie I. *Warszawa*, (1933).

[a] Email: `ajosetormet@gmail.com`
[b] Email: `salasbrown@gmail.com`

Sobre la Noción de Involución de Sistemas Diferenciales de Orden Superior.

Yves Nogier[1a]

[1] UCLA.

Las variedades de Jets proveen un marco geométrico general para tratar problemas de integrabilidad de orden superior, en particular la noción de involución se describe de manera simple. Un sistema de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales de cualquier orden se puede escribir como un sistema diferencial exterior y desde este punto de vista estamos interesados en las variedades integrables en las cuales ciertas coordenadas quedan independientes. Dentro de los conceptos fundamentales están el *prolongado* y la *involución*. Intuitivamente la prolongación de un sistema es la manera clásica de añadir las derivadas parciales como coordenadas y tomar como nuevas ecuaciones aquellas que se obtienen al derivar el sistema en las nuevas variables. De este procedimiento se obtienen las consecuencias diferenciales del sistema y por consiguiente, condiciones de integrabilidad. La involución intuitivamente se refiere a la propiedad que consiste en la no generación de nuevas condiciones de integrabilidad por medio de prolongaciones. Estas nociones fundamentales tienen una forma relativamente simple dentro del marco de la teoría geométrica de los espacios de Jets. En el trabajo de Villarroel un sistema diferenciable $W \subset J^{k+1}(M,n)$ para el cual en cada punto, se tiene un plano n-dimensional que se fija por cierto automorfismo y resulta en la determinación de una distribución completamente integrable en $J^k(M,n)$. Así el automorfismo determina una distribución involutiva lo cual nos lleva a estudiar en este trabajo la relación que existe entre el automorfismo antes mencionado y las simetrías, esto es transformaciones de Lie que dejan invariante el sistema diferenciable. de compatibilidad de la topología τ con el ideal $\mathcal{I}$, utilizando el operador $A^\star_\gamma(\mathcal{I},\tau)$.

REFERENCIAS

[1] A. V. BOCHAROV, V. N. CHETVERIKOV, S. V. DUZHIN, N. G. KHORKOVA, I. S. KRASILSHCHIK, A. V. SAMOKHIN, YU. N. TORKHOV, A. M. VERBOVETSKY, AND A. M. VINOGRADOV, Symmetries and conservation laws for differential equations of mathematical physics. *Amer. Math. Soc.*, (1999).

[2] J. KRASILSHCHIK AND A. M. VERBOVETSKY, Homological methods in equations of mathematical physics, *Advanced Texts in Mathematics, Open Education & Sciences*, (1998).

[3] V. YULI, On Higher Order Contact Manifolds. *Differential geometry and applications*, (1996) 207–214.

[a] Email: ynogier@ucla.edu.ve

Grafo Bipartito Balanceado y Ciclo Hamiltoniano que Pasa a Través de un Bosque Lineal.

Yusleidy Alcalá[1a] , Daniel Brito[1b] , Oscar Castro[1c] , **Lope Marín**[1d]

[1] Universidad de Oriente.

Sea $G = (A \bigcup B, E)$ un grafo bipartito balanceado de orden $2n$. Un grafo es un bosque lineal si cada componente es un camino. Sea L un conjunto de m lados de G que induce un bosque lineal F de G. Entonces probamos que si la suma de los grados en G, para cada par de vértices no adyacentes u en A y v en B de G, es al menos $(n+1)+m$, G tiene un ciclo hamiltoniano que pasa a través de F.

REFERENCIAS

[1] R. DIESTEL, Graph Theory. Second edition. *Springer*. United States of America. 2000.
[2] K. OZEKI AND T. YAMASHITA, Hamiltonian Cycles and Dominanting Cycles Passing Through a Linear Forest.. *Discrete Mathematics*. Vol. **309**, (2009) 1584-1592.

[a] Email: `yusalca@gmail.com`
[b] Email: `danieljosb@gmail.com`
[c] Email: `oecpmat@hotmail.com`
[d] Email: `lmata73@gmail.com`

Grafos Hamiltonianos y Vértices Independientes en Grafos Tripartitos Balanceados.

Yusleidy Alcalá[1a], **Daniel Brito**[1b], Oscar Castro[1c], Lope Marín[1d]

[1] Universidad de Oriente.

La motivación de este trabajo es su relación con el problema de la existencia del ciclo hamiltoniano en un grafo, un problema abierto, el cual no ha podido ser caracterizado y que continuamos estudiando, enfocándonos ahora en la búsqueda de ciertas condiciones sobre la unión de vecindades de conjuntos de cuatro vértices independientes en grafos tripartitos balanceados.

REFERENCIAS

[1] D. BRITO AND D. LAREZ Neighboard Conditions for Balanced Bipartite Graphs to be Hamiltonian. *Int. J. Pure Applied*. Vol. **34**, (2007) 509-512.

[2]R. DIESTEL, Graph Theory. Second edition. *Springer*. United States of America. 2000.

[a] Email: `yusalca@gmail.com`

[b] Email: `danieljosb@gmail.com`

[c] Email: `oecpmat@hotmail.com`

[d] Email: `lmata73@gmail.com`

Campos de Killing Holomorficamente Proyectivos Sobre Estructuras $\Omega - H$ Equivalentes.

Richard Malavé Guzmán[1a]

[1] Departamento de Electricidad, Universidad Politécnica Territorial del Oeste de Sucre Clodosbaldo Russián, 6101 Cumaná, Edo. Sucre, Venezuela.

Dado el espacio de conexión afín $A_n = (M, \nabla)$ donde M una variedad diferenciable de dimensión n y ∇ una conexión, se introduce una métrica formal g, resultando así la estructura $\mu = (M, \nabla, g)$, donde por lo general la conexión no es concordante con la métrica, lo cual desde un punto de vista físico es no deseable [1]. Esto permite introducir las estructuras $\Omega - H$ equivalentes con μ, como una extensión de las estructuras geometricas H equivalentes [3], esto se logra definiendo una $1-$ forma Ω de manera que al actuar sobre un campo vectorial especifico genere campos tensoriales que se relacionen con los componentes tensoriales de H. En este trabajo consideramos transformaciones tipo Killing entre espacios complejos especiales (Einstenianos, Peterson-Codazzi, recurrentes) y espacios kaehlerianos M, con estrucruta casi compleja J. Se probará que entre estos espacios existe una transformación holomorficamente proyectiva cuando se consideran las curvaturas armónicas y las curvaturas escalares.

REFERENCIAS
[1] F. LÓPEZ , R. MALAVÉ GUZMÁN , R. MARTÍNEZ , Hollmorphically proyective Killing fields with vectorial fields associated in kahelerian manifolds, *Proyecciones Journal of mathematics*, Chile 34, (2015).
[2] C. KUO-SHUNG, New identities on the Riemann tensor. *J. Math. Phys*, New York 17 1976.
[3] R. MALAVÉ Estructuras $\Omega - H$-equivalentes equidistantes y su aplicación a la mecanica, *Universidad Central de Venezuela (tesis doctoral)* (2014).
[4] R. MARTÍNEZ, Espacios con conexión afin H-equivalentes y su importancia en la mecanica, *Universidad Central de Venezuela (tesis doctoral)* (1991).

[a] Email: `rmalaveg@gmail.com`

Resultados Obtenidos a Través del Análisis de las Cadenas Binarias de Funciones Booleanas.

Daniel Brito[1a], **Oscar Castro**[1b], Felicia Villarroel[1c]

[1] Universidad de Oriente.

Una función booleana f es una función $f{:}\mathbb{Z}_2^n \to \mathbb{Z}_2$ con $n \in \mathbb{Z}^+$ [1], Una forma de representar una función booleana es mediante F, su tabla de verdad o cadena de f (cadena binaria):

$$F = (f_{i,j})_{1\times 2^n} = (f(x^1), f(x^2), \ldots, f(x^{2^n})) = f(x^1)f(x^2)\ldots f(x^{2^n}),$$

siempre y cuando

$$(x^1)_{10} < (x^2)_{10} < \cdots < (x^{2^n})_{10},$$

considerándose el orden usual en $\mathbb{R}$, dado que, para $j = 1, 2, \ldots, 2^n$,

$$(x^j)_{10} := x_0^j 2^{n-1} + x_1^j 2^{n-2} + \cdots + x_{n-1}^j 2^0$$

y $x^j \in \mathbb{Z}_2^n$, con $x_s^j \in \mathbb{Z}_2$, y $s = 0, 1, \ldots, n-1$. En el presente trabajo se ilustra el estudio realizado al grupo de las funciones booleanas $\mathbb{Z}_2^{2^n}$ hasta $n = 4$, mostrándose, también, algunas definiciones y proposiciones inherentes a la búsqueda de funciones booleanas con buenas propiedades criptográficas [2] y la construcción y generalización de un operador σ que hace isomorfos a $(\mathbb{Z}_2^{2^n}, \sigma)$ y $\mathbb{Z}_{2^{2^n}}$, que además ayudó establecer varias conjeturas y aserciones sobre funciones booleanas balanceadas con no linealidad distinta de cero.

REFERENCIAS

[1] R. JOHNSONBAUGH , Matemáticas Discretas, *Iberoamericana S. A. de C.V*. México D. F., México. 1988.

[2]F. RODRÃGUEZ, De la BÃºsqueda de Funciones Booleanas con Buenas Propiedades CriptogrÃ¡ficas. *CINVESTAV Comp.*. Abril-Junio, (2007) 50-65.

[a] Email: `danieljosb@gmail.com`
[b] Email: `oecpmat@gmail.com`
[c] Email: `feliciavillarroel@hotmail.com`

$\mathcal{C}$-ortocentros y Sistemas $\mathcal{C}$-ortocéntricos en Planos de Minkowski.

Tobías Rosas Soto[1a]

[1]Universidad del Zulia.

Usando la noción de $\mathcal{C}$-ortocentro se extienden, a planos de Minkowski en general, nociones de la geometría clásica relacionadas con un triángulo. Se muestran propiedades de estas nociones y sus relaciones con la circunferencia de Feuerbach y la circunferencia circunscrita de dicho triángulo. Se estudian sistemas $\mathcal{C}$-ortocéntricos formados por puntos presentes en las mencionadas nociones y se establecen relaciones con la ortogonalidad isósceles y cordal. Además, se prueba que la imagen homotética de un sistema $\mathcal{C}$-ortocéntrico es un sistema $\mathcal{C}$-ortocéntrico.

Palabras Claves: $\mathcal{C}$-ortocentro, Sistemas $\mathcal{C}$-ortocéntricos, Planos de Minkowski, Homotecia. Ortogonalidad cordal e isósceles.

Referencias

[1] A. C. Thompson , Minkowski geometry. Encyclopedia of Mathematics and Its Applications. 63. C*ambridge University Press*. Cambridge. ISBN 0-521-40472-X. 1996.
[2] D. Durán, Didascalia geométrica. *Boletín de la Asociación Matemática Venezolana*. **15**(2), 303-307. 2008.
[3] D. Durán, El círculo de los nueve puntos y la recta de Euler. *Divulgaciones Matemáticas*. **13**(1), 73-76. 2005
[4] D. Durán, GeometrÃa euclidiana plana. *EDILUZ*. Maracaibo. Venezuela. ISBN 980-232-237-7. 1990.
[5] H. Martini and M. Spirova, The Feuerbach circle and orthocentricity in normed planes. *LÉnseignement Mathematique*. 53(2), 237-258. 2007.
[6] J. Alonso, Uniqueness properties of isosceles orthogonality in normed linear spaces. *Ann. Sci. Math. QuÃ©bec*. 18(1), 25-38. 1994.
[7] R. A. Johson, Advanced Euclidean Geometry. *Dover Publications*, Inc., Mineola, New York. ISBN-10: 0-486-46237-4. 2007.
[8] R. C. James, . Orthogonality in normed linear spaces. *Duke Math. J.* 12, 291-302. 1945.
[9] T. Rosas and W. Pacheco , Orthocentric systems in Minkowski planes. *Beiträge zur Algebra und Geometrie (BZAG)*. 56(1), 249-262. ISSN 0138-4821. 2014.
[10] T. Rosas, $\mathcal{C}$-ortocentros y sistemas $\mathcal{C}$-ortocéntricos en planos de Minkowski. *Aleph Sub-cero. Serie divulgaciones* **II**, 104-132. 2014.
[11] T. Rosas, H Sistemas Ortocéntricos en planos de Minkowski y Euclidianidad. Tesis doctoral. *Universidad Centroccidental Lisandro Alvarado*, Barquisimeto, Venezuela. 2014.

[a] Email: `trosas@demat-fecluz.org`

Nuevas Formas de Descomposicion de Continuidad.

Ennis Rosas[1a]

[1]Departamento de Matemáticas, Escuela de Ciencias, Núcleo de Sucre, Universidad de Oriente, Cumaná, Venezuela.

Csaszar en [1] y [2], introduce la noción de topologías generalizadas y continuidad generalizada. En [4], los autores introducen las nociones de conjuntos localmente μ-cerrados, μ-t-conjuntos, μ-B-conjuntos, conjuntos μ^*-abiertos, conjuntos $\mu\prime$-abiertos para unificar la teoría de decomposición de continuidad y en el artículo [1], algunas caracterizaciones de funciones (b, μ_Y)-continuas son obtenidas usando la noción de μ-b-kernel. En esta conferencia, usando la noción de conjuntos μ-semi abiertos, se introduce la noción de conjuntos localmente μ-semi abiertos como una generalización de los conjuntos localmente μ-cerrados [4]. Nuevas formas de descomposición de continuidad y de formas débiles de continuidad son dadas y estudiadas.

REFERENCIAS

[1] A. CSASZAR, Generalized topology, generalized continuity, *Acta Math. Hungar.*, 96, (2002),351-357.

[2] A. CSASZAR, Generalized open sets in generalized topologies, *Acta Math. Hungar.*, 96, (2005),53-66.

[3] V. DHANYA, S. KRISHNAPRAKASH AND E. ROSAS, On (b, μ_Y) Continuous functions, *Scientific Studies and Research Series Mathematics and Informatics*, Vol 24, No 1 (2014), 17-26.

[4]B. ROY AND R. SEN, On a type of decomposition of continuity. *Afr. MatInt. Math.*,26(1-2).(2015),153-158.

[a] Email: ennisrafael@gmail.com

Funciones $\delta\theta$-$\mathcal{I}$-continuas y Propiedades Asociadas.

Rafael Lozada[1a], José Sanabria[2b]

[1]Postgrado en Matemáticas, Escuela de Ciencias, Núcleo de Sucre Universidad de Oriente, Cumaná, Venezuela.

[2]Departamento de Matemáticas, Escuela de Ciencias, Núcleo de Sucre Universidad de Oriente, Cumaná, Venezuela.

La noción de conjunto $\delta\theta$-$\mathcal{I}$-cerrado fue introducida en [2], usando el operador de Kuratowski $\delta Cl^{\star}$ definido por Hatir et. al. en [1]. Dado un ideal $\mathcal{I}$ sobre un espacio topológico (X, τ), se dice que $A \subset X$ es $\delta\theta$-$\mathcal{I}$-cerrado si $\delta Cl^{\star}_{\theta}(A) = A$, donde $\delta Cl^{\star}_{\theta}(A) = \{x \in X : \delta Cl^{\star}(U) \cap A \neq \emptyset$, para cada $U \in \tau$ tal que $x \in U\}$. El complemento de un conjunto $\delta\theta$-$\mathcal{I}$-cerrado se denomina conjunto $\delta\theta$-$\mathcal{I}$-abierto. En este trabajo usamos la noción de conjunto $\delta\theta$-$\mathcal{I}$-abierto, para introducir y caracterizar una nueva clase de funciones, denominadas funciones $\delta\theta$-$\mathcal{I}$-continuas. Además, investigamos algunas propiedades asociadas con este tipo de funciones.

REFERENCIAS

[1] E. Hatir, A. Al-Omari and S. Jafari, δ-local functions and its properties in ideal topological spaces. *Fasc. Math.* Vol. 53, (2014) 53–64.

[2] J. Sanabria, E. Rosas, M. Salas-Brown, C. Carpintero and R. Lozada, On a topology between the topologies τ_{θ} and $\tau_{\theta\text{-}\mathcal{I}}$. *Preprint*.

[a] Email: `etrobuyo@gmail.com`

[b] Email: `jesanabri@gmail.com`

Algunas Propiedades Espectrales de las Topologías Vistas Como Semianillos.

Alirio Peña[1a], **Jorge Vielma**[2b]

[1]Departamento de Matemáticas, Facultad de Ciencias, Universidad del Zulia, Maracaibo, Venezuela.

[2]Departamento de Matemáticas, Facultad de Ciencias, Universidad de los Andes, Mérida, Venezuela.

Si (X, τ) es un espacio topológico ([6]) y Spec(τ) (resp. Max(τ) es el espectro primo (resp. maximal) de la topología τ , considerada como un semianillo conmutativo con identidad ([3]) donde la suma y la multiplicación son la unión y la intersección, respectivamente. Se prueban algunos resultados como los siguientes:

(1) Si $x \in X$, entonces el conjunto $\eta(x) = \cup\{U \in \tau : x \in U\}$ es un ideal primo de τ, al cual llamaremos el ideal de evitancia de x. Además, si (X, τ) es un T_1-espacio, entonces cada ideal de evitancia $\eta(x)_{x\in X}$ es maximal;

(2) La función $\eta : X \to Spec(\tau)$ dada por: $x \to \eta(x)$ para cada $x \in X$, está bien definida y es continua, considerando a X con la topología τ y a Spec(τ) con su topología de Zariski ([3]). También, su imagen $A(\tau) = \{\eta(x) : x \in X\}$ es densa en Spec(τ). Además, η es inyectiva si y sólo si (X, τ) es un T_0-espacio ([5]). En este último caso, el espacio (X, τ) admite una compactificación que es un espacio espectral ([4]), a saber: Spec(τ).

(3) (X, τ) es un T_1-espacio si y sólo si $A(\tau) \subset Max(\tau)$. Así, en tal caso, Max($\tau$) es una compactificación T_1-Wallman de (X, τ) ([1]);

Referencias

[1] O. Caramello, Gelfand spectrum and Wallman compactifications, preprint, 2012, 1-50.
[2] L. Gillman, M. Jerison, Rings of Continuous Functions, *Graduate Texts in Mathematics* 43, Springer-Verlag, 1976.
[3] J.S. Golan, Semirings and their Applications, *Kluwer Academic Publishers*, Dordrecht, 1999.
[4] M. Hochster, Prime ideal structure in commutative rings, *Trans, Amer. Math. Soc.* 142 (3) (1970).
[5] P.T. Johnstone, Stone spaces, *Cambridge Studies in Advanced Math.*, No. 3, Cambridge Univ. Press, 1982.
[6] J.R. Munkres, Topology. A first course, *Prentice Hall, Inc., Englewood, Cliffs, N.J.*, 1975

[a] Email: `alexispena6431@hotmail.com`
[b] Email: `vielma@ula.ve`

Sobre una Topología Ubicada Entre las Topologías τ_θ y $\tau_{\theta\text{-}\mathcal{I}}$.

José Sanabria[2b]

[1]Departamento de Matemáticas, Escuela de Ciencias, Núcleo de Sucre, Universidad de Oriente, Cumaná, Venezuela.

En este trabajo usamos la noción de función δ-local [2] para introducir una nueva clase de conjuntos, denominados conjuntos $\delta\theta$-$\mathcal{I}$-abiertos, la cual forma una topología más fina que la topología τ_θ (formada por la clase de los conjuntos θ-abiertos [2]) y más gruesa que la topología $\tau_{\theta\text{-}\mathcal{I}}$ (formada por la clase de los conjuntos θ-$\mathcal{I}$-abiertos [1]). Además, investigamos algunas propiedades interesantes de esta clase de conjuntos y sus relaciones con las clases de los conjuntos θ-abiertos, θ-$\mathcal{I}$-abiertos y δ-$\mathcal{I}$-abiertos [4].

REFERENCIAS

[1] M. AKDAĞ, θ-$\mathcal{I}$-open sets. *Kochi J. Math.* Vol. 3, (2008) 217–229.
[2] E. HATIR, A. AL-OMARI AND S. JAFARI, δ-local functions and its properties in ideal topological spaces. *Fasc. Math.* Vol. 53, (2014) 53–64.
[3] N. V. VELIČKO, H-closed topological spaces. *Amer. Math. Soc. Transl.* Vol. 78, (1968) 103–118.
[4] S. YÜKSEL, A. AÇIKGÖZ AND T. NOIRI, δ-$\mathcal{I}$-continuous functions. *Turk. J. Math.* Vol. 29, (2005) 39–51.

[a] Email: `jesanabri@gmail.com`

Circuncentro de Masa y la Recta de Euler Generalizada en Polígonos de n-vértices.

Alfredo David Millano Mejías[1a]

[1]Universidad del Zulia.

La Geometría euclidiana permite un continuo estudio y desarrollo, también tiene muchas aplicaciones. En este trabajo se mostrarán temas bastantes conocidos de la Geometría euclidiana que servirán de base para ciertas generalizaciones. Entre estos conceptos se estudiará la desigualdad triangular, triángulos y sus centros. Se extenderán ciertos conceptos básicos a un n-gono, como el de circuncentro de masa y la recta de Euler generalizada. Se presentan resultados importantes que el circuncentro de masa y la recta de Euler generalizada satisfacen.

Palabras Claves: Circuncentro de masa, recta de Euler generalizada, lema de Arquímides, n-gono.

REFERENCIAS

[1] A. MYAKISHEV, On two remarkable lines related to a quadrilateral. *Forum Geom.*, **6**, 289-295. 2006.
[2]E. TSUKERMAN, The perpendicular bisector construction in n-dimensional euclidean and non-euclidean geometries. *J. Classical Geom.*. 2014.
[3] H. HAVLICEK AND G. WEISS, Altitud of the tetrahedron and traceless quadratic forms. *Amer. Math. Monthly*, **110**, 679-693. 2003.
[4]J. M. LEAL, Geometría métrica plana. *Universidad de Los Andes*, 61-80, 129-140, 193-199, 211-222. 2005.
[5] M. TENENBAUN, Teórico sobre isometrías en el plano. *Sociedad de Educación Matemática de Uruguay*, 1-34. 2011.
[6]O. RADKO AND E. TSUKERMAN, The perpendicular bisector construction, the isoptic point and the Simson line of a quadrilateral. *Forum Geom.*, 12, 161-189. 2012.
[7] S. TABACHNIKOV AND E. TSUKERMAN,Circumcenter of Mass and generalized Euler Line. *Discrete Comput. Geom.*. 2014.
[8]S. TABACHNIKOV AND E. TSUKERMAN, On the discrete bicycle transformation. *Publ. Math. Uruguay* (Proc. of the Montevideo Dynamical Systems Congress 2012). **14**, 181-199. 2013.
[9] T. APOSTOL. AND M. MNATSAKANIAN, Finding centroids the easy way. *Math Horizons*, 7-12. 2000.
[10]V. ADLER, Integrable deformations of a polygon. *Phys D.*, **87**, 52-57. 1995.
[11] V. ADLER, Cutting of polygons. *Funct. Anal. Appl.*, **27**, 141-143. 1993.

[a] Email: `amillanom@gmail.com`

Funciones Inversamente θ-semiabiertas.

Luis E. Vásquez M.[1a]

[1]Departamento de Matemáticas, Escuela de Ciencias, Núcleo de Sucre, Universidad de Oriente, Cumaná, Venezuela.

En el 2011, Noorie [2] obtiene nuevas caracterizaciones para las funciones inversamente abiertas utilizando conjuntos definidos a través de las fibras de las funciones. Recientemente, Noorie y Ahuja [3] introducen y caracterizan las funciones inversamente abiertas. Dados dos espacios topológicos X e Y, se dice que una función $f : X \to Y$ es inversamente abierta (resp. inversamente semiabierta) si para cada subconjunto A de X, $int(f(A)) \subset f(int(A))$ (resp. $sint(f(A)) \subset f(int(A))$). En este trabajo, usando la noción de θ-interior de un conjunto, se introduce la noción de funciones inversamente θ-semiabiertas. Se obtienen caracterizaciones para este tipo de funciones y se dan condiciones bajo las cuales estas funciones son fuertemente θ-continuas [1].

REFERENCIAS

[1] T. NOIRI, On δ-continuous functions. *J. Korean Math. Soc.* Vol. 16, (1979) 161-166.

[2] N. S. NOORIE, Inversely open and inversely closed maps. *Arya Bhatta Journal of Mathematics and Informatics* Vol. 3,(2011) No. 2.

[3] N. S. NOORIE AND J. AHUJA, Inversely semi-open and inversely semi-closed maps. *Journal of Advanced Studies in Topology* Vol. 5, (2014) 10-15.

[a] Email: eligiovm85@gmail.com

De los conjuntos Semi-abiertos a las Topologías Generalizadas, Breve Reseña Histórica.

Carlos R. Carpintero F.[1a]

[1]Universidad de Oriente. Departamento de Matemática. Núcleo de Sucre.

En esta charla haremos una breve reseña histórica del desarrollo de las diversas variantes o generalizaciones de la noción de conjunto abierto introducidas en diferentes contextos. Desde el clásico trabajo de Norman Levine [3], pasando por las nociones de operación sobre una topología de Shouro Kasahara [5], operador asociado a una topología introducida por Rosas et. al [2], estructura minimal de Popa y Noiri [4], hasta llegar a la noción de topología generalizada de Ákos Császár [1]. Además, exhibimos aplicaciones y/o ilustraciones del papel que juegan muchas nociones derivadas de las diversas variantes del concepto de conjunto abierto en ciertos problemas relacionados con la generalización de conceptos topológicos clásicos.

REFERENCIAS
[1] Á. SÁSZÁR. Generalized topology, generalized continuity. *Acta Mathematica Hungarica.* Vol 96, 351-357 (2002).
[2] E. ROSAS, C. CARPINTERO Y J. VIELMA, Operators associated to a topology Γ over a set X and related notions. *Divulgaciones Matemáticas*. Vol 6, No. 2, 139â€“148 (1998).
[3] N. LEVINE, InSemi-open sets and semi-continuity in topological spaces. *American Mathematical Monthly.* Vol. 70, 36â€“41 (1963).
[4] V. POPA AND T. NOIRI. On almost m-continuous functions. *Mathematicae Notae.* Vol 40, 75â€“94 (1999/02).
[5] S. KASAHARA, Operation-compact spaces. *Mathematica Japonica.* Vol. 24, No. 1, 97â€“105 (1979/80).

[a] Email: `carpintero.carlos@gmail.com`

Completaciones Ádicas en las A-Transformaciones.

Edixo Rosales[1a]

[1]Universidad del Zulia.

Sea $\{M_n\}$ una familia numerable de $\mathbf{R}$-módulos finitamente generados, donde $(\mathbf{R}, \mathbf{m})$ es un anillo conmutativo con unidad, neotheriano y local. Si además M es un $\mathbf{R}$-módulo conmutativo, consideremos $(M_n, \tau^{\mathbf{m}}_{M_n})$, $(M, \tau^{\mathbf{m}}_{M})$ las topologías $\mathbf{m}$-ádicas respectivas. Sea $\mathbf{A} = \{f_n : M \longrightarrow M_n\}$ una familia numerable de $\mathbf{R}$-morfismos de módulos. Una sucesión $\{x_n\} \subset M$ se llama una $\mathbf{A}$-sucesión, si $f_m(x_n) \xrightarrow{\tau^{\mathbf{m}}_{M_m}} w(w \in M_m, \forall m)$. Dos sucesiones $\{x_n\}, \{x'_n\}$ se dicen $\mathbf{A}$-equivalentes, si $\lim\limits_{n \longrightarrow +\infty} f_m(x_n) = \lim\limits_{n \longrightarrow +\infty} f_m(x'_n), \forall\, m$. El conjunto de todas las clases lo denotamos: $\mathbf{Y} = \{\widehat{\{x_n\}}\}$ ($\{x_n\}$ es el representante de la clase). $\hat{\mathbf{A}} = \{\hat{f}_n : Y \longrightarrow M_n\}$, donde $\hat{f}_n(\widehat{\{x_m\}}) = \lim\limits_{n \longrightarrow +\infty} f_n(x_m),\ \forall\, m$. Por $\tau_{\hat{\mathbf{A}}}(\mathbf{Y})$ entendemos, la topología débil inducida por la familia $\hat{\mathbf{A}}$ sobre $\mathbf{Y}$Â· Probamos el siguiente resultado:

Si cada $(M_n, \tau^{\mathbf{m}}_{M_n})$ es completo, y $\{y_n\}$ es de Cauchy en $(Y, \tau^{\mathbf{m}}_{Y})$, entonces $\{y_n\}$ es convergente en $(Y, \tau_{\hat{\mathbf{A}}}(\mathbf{Y}))$.

Se deducen importantes consecuencias de lo anterior. REFERENCIAS

[1] H. MATSUMUERA, N. W. A. BENJAMIN. INC, New York (1970).
[2] J. MUNKRES, *Editorial Prentice Hall Internacional*, 2da Edición, Madrid (2002).
[3] J. R. STROOKER, Homological Questions in Local Algebra, *Cambridge University Press* (1990).
[4] H. WU. Extensions and New Observations of Tychonoff, Stones Weierstrass, Compactifications and the Real Compactifications, *Topology and its Applications* 16, 107-106, North-Hollan (1983).

[a] Email: `edixorosales@gmail.com`

De los conjuntos Semi-abiertos a las Topologías Generalizadas, Breve Reseña Histórica.

Richard Doncel[1a], Carlos Uzcátegui[2b]

[1]Universidad de Los Andes, Departamento de Matemáticas, Centro Interdisciplinario de Lógica y Álgebra (CILA), Mérida-Venezuela.

[2] Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga- Colombia

Un ideal I es sólido si existe un conjunto H hereditario, F_σ tal que $I \subseteq H$ y $\underline{\cup}(H \times H)$ es magro, donde la función $\underline{\cup} : \mathcal{P}(\mathbb{N}) \times \mathcal{P}(\mathbb{N}) \longrightarrow \mathcal{P}(\mathbb{N})$ definida por $\underline{\cup}(x, y) = x \cup y$ es continua con la topología producto.

El siguiente problema es abierto ¿existirá un ideal $F_{\sigma\delta}$ que no sea sólido? Esta pregunta la planteó Krzysztof Mazur en [2].

Lo que presentaremos en esta charla son ejemplos de ideales $F_{\sigma\delta}$ que son sólidos. Una definición de ideal suma directa $\oplus$ nos permite combinar ideales para así obtener el ideal $I \oplus J$. El siguiente teorema es una continuación de nuestro trabajo presentado en [1].

Teorema: Sean I y J ideales sólidos en X y Y respectivamente. Entonces $I \oplus J$ es un ideal sólido sobre $X \cup Y$.

Referencias

[1] Richard Doncel. Representación de ideales por conjuntos compactos y hereditarios. Tesis de Maestría. ULA, 2015.

[2] Krzysztof Mazur, *$F_\sigma-$ideals and $\omega_1\omega^*1-$gaps in the Boolean algebras $P(\omega)/I$. Fundamenta Mathematicae*, 138(2):103-111, 1991.

[a]Email: `rdoncel@ula.ve`

[b] Email: `uzcayl@hotmail.com`